

Le Streghe di Bayes e altre storie.

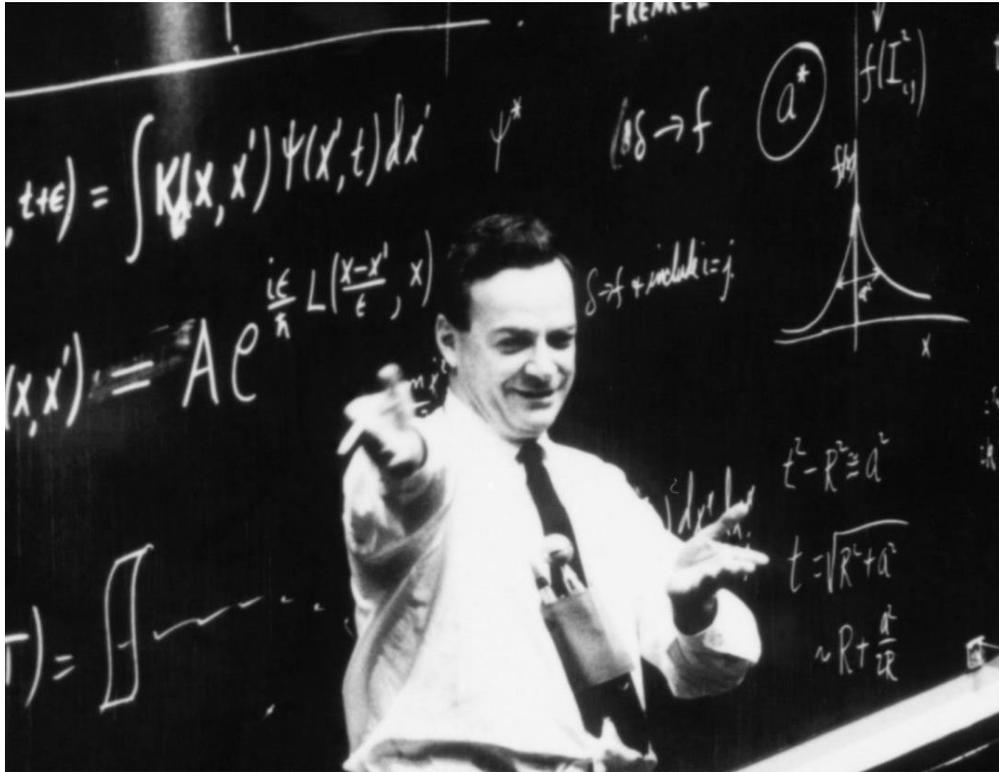
Come spiegare la statistica con le fiabe

Rina Camporese

Susi Osti

Istat, Istituto Nazionale di Statistica

In quale modo si può raccontare la scienza?



«Il valore della scienza non viene cantato dai cantanti. Siete ridotti ad ascoltarlo in una conferenza anziché in musica e versi. Non viviamo ancora in un'epoca scientifica.»

Richard Feynman - Fisico, Premio Nobel 1965, Cantastorie, Suonatore di bongo.



«Un altro valore della scienza è il divertimento che essa procura a chi ne legge, l'impara, ci pensa e a quelli che ci lavorano»

Richard Feynman - Fisico, Premio Nobel 1965,
Cantastorie, Suonatore di bongo.

Trovare linguaggi diversi per raccontare la statistica



L' Arrampicata Statistica *Usa i dati e scopri il mondo sostenibile*

(Festival StatisticALL 2017, Treviso)

La statistica è...



Esempi.

- Popolazione Bernoulliana

$$X \sim f(x; p) = p^x(1-p)^{1-x}$$

$$\Theta = \{\theta = p \mid 0 \leq p \leq 1\}$$

- Popolazione Normale

$$X \sim f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\Theta = \{\theta = (\mu, \sigma^2) \mid -\infty < \mu < \infty; 0 \leq \sigma^2 < \infty\}$$

Il Teorema Centrale del Limite, nella sua forma integrale asserisce proprio questo, e in modo più preciso.

Teorema 2.2. Sia S_n (per ogni n) una variabile aleatoria $\text{Bin}(n, p)$. Allora, uniformemente in a e b , con $a < b$, vale:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}\left(a < \frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq b\right) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (8)$$

In altre parole

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \sup_{a < b} \left| \mathbb{P}\left(a < \frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq b\right) - \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right| \right\} = 0 \quad (9)$$

Come conseguenza si ha anche che per ogni $x \in \mathbb{R}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \sup_x \left| \mathbb{P}\left(\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq x\right) - \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \right| \right\} = 0 \quad (10)$$

Sia (X_1, \dots, X_n) campione casuale da una popolazione $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ con σ^2 nota. Si ha

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \text{ da cui } \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

da cui vale la seguente

$$P\left(z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z_{1-\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

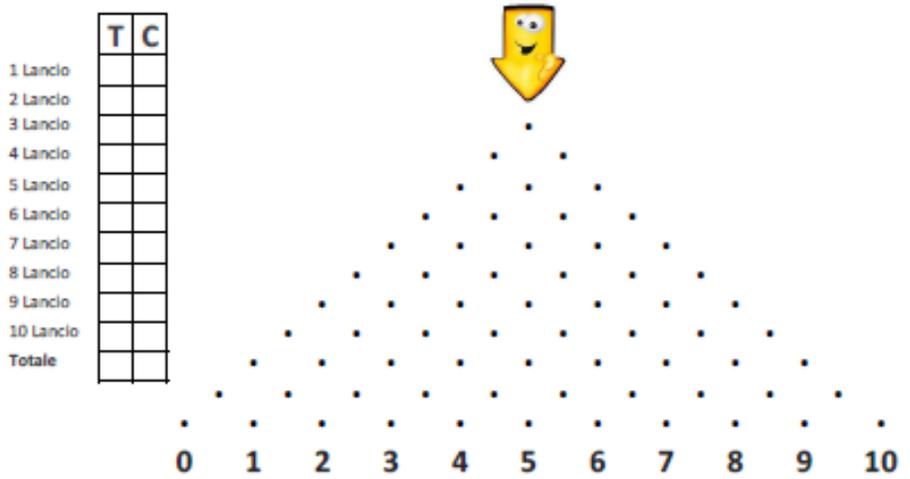
dove

- $z_{\alpha/2}$ è il quantile di ordine $\alpha/2$ di una $N(0,1)$
- $z_{1-\alpha/2}$ è il quantile di ordine $1-\alpha/2$ di una $N(0,1)$

Ma anche...



Lancia 10 volte la moneta
 Registra i risultati nella tabella
 Disegna il **percorso a zig zag**
 .Parti dalla freccia
 .Vai a DESTRA se esce TESTA
 .Vai a SINISTRA se esce CROCE



*La si può far sperimentare
 in modo diverso!*

Obiettivi per una promozione attiva della statistica

Promuovere sul territorio il valore dei dati a sostegno delle decisioni consapevoli



La statistica gioca un ruolo cruciale nella conoscenza della realtà e offre elementi oggettivi di **supporto alle decisioni**. Per scegliere consapevolmente a tutti i livelli, è impossibile prescindere da elementi quantitativi.

Intercettare il pubblico non esperto della materia ma curioso e aperto verso nuove conoscenze



Bisogna **sviluppare la domanda** di informazione statistica attraverso nuove forme di comunicazione e coinvolgimento attivo

Attivarsi presso le **giovani generazioni**



Per garantire la **massima ricaduta delle azioni** è fondamentale coinvolgere coloro che saranno i cittadini del futuro

Metodi innovativi di promozione della cultura statistica

Obiettivi

Stimolare la **partecipazione attiva** dei più piccoli per coinvolgerli su tematiche complesse



FIABA: è un'unità narrativa che si sviluppa attraverso una serie di passaggi strutturati e la cui caratteristica principale è il **COINVOLGIMENTO EMOTIVO DEL LETTORE**

Metodi

Attivarsi con **nuovi metodi e strumenti** non necessariamente abituali per puntare verso gli obiettivi senza perdere in rigore scientifico



NARRAZIONE FANTASTICA: è un approccio che richiama un mondo amato dai bambini e che intende:

- favorire lo **SVILUPPO DEL PENSIERO CRITICO**
- **STIMOLARE** l'accesso all'informazione quantitativa

Due mondi apparentemente molto distanti, quello “freddo dei numeri” e quello “coinvolgente dell’immaginazione”, possono incontrarsi e interagire per dare vita a personaggi e racconti fantastici?

Le streghe di Bayes e altre storie



- **Sette fiabe** in cui i protagonisti agiscono utilizzando schemi di ragionamento che si avvalgono della statistica per comprendere i fenomeni, gestire l'incertezza nelle valutazioni e decidere in situazioni critiche.
- Un **linguaggio** modulato sugli strumenti cognitivi dei più piccoli attraverso il quale, senza perdere in rigore scientifico, i ragazzi entrano in contatto con concetti e metodi propri della statistica, iniziando ad apprezzare il valore del dato a sostegno delle scelte consapevoli.
- Un'**appendice** per gli adulti, come strumento di aiuto nella comprensione del significato statistico sottostante le fiabe e per approfondimenti.

RINA CAMPORESE, SILVIA DA VALLE, SARA LETARDI, SUSI OSTI, SUSANNA PEDDES | ISTAT <https://www.istat.it/it/archivio/204260>

Le fiabe e la statistica raccontata

Variabilità

Alla ricerca del gatto perduto - Il principe Costante, inseguendo un gatto curioso, abbandona il grigiore del mondo monotono in cui vive per andare alla scoperta dell'affascinante paese della variabilità. Senza variabilità non ci sarebbe motivo alcuno di indagare il mondo con metodi statistici.

Inflazione

Il soldino dimenticato - Il soldino dimenticato scoprirà che, con il passare del tempo, il valore reale dell'unità di moneta risulta inferiore rispetto al passato, avvicinando il lettore al fenomeno dell'inflazione.

Media

La giacca che vinse una gara di sci - Esisterà una giacca che può andare bene a tutti i componenti di una numerosa famiglia di sciatori? La fiaba racconta il significato della media e le possibili "insidie" del suo uso come unico indicatore sintetico per l'interpretazione della realtà.

Indici di posizione

Bisticci tra sorelle - Attraverso le avventure di un famiglia numerosa e di tre sorelle, i bambini scoprono i tre principali valori centrali: media, moda e mediana. Le tre sorelle hanno tre modi diversi di ordinare i dati, offrendo comunque ciascuna una sintesi informativa della realtà.

Probabilità

Una, dieci, cento, mille notti di luna - La storia del mercante Amleto accompagna i bambini alla scoperta della “legge dei grandi numeri”. Nel racconto la piccola Ada, studiando e osservando i dati che via via raccoglie e ragionando su di essi in termini probabilistici, risolverà un indovinello a prima vista impossibile e si libererà da un incantesimo malvagio.

Probabilità

Le streghe di Bayes - Una bambina astuta e un antro in cui si nascondono streghe golose e dispettose. Guideranno i bambini alla scoperta dei primi passaggi del ragionamento bayesiano, per comprendere la necessità di cambiare le proprie decisioni quando vengono acquisite nuove informazioni sui dati.

Indagini

Il venditore di sogni a buon mercato - I maldestri tentativi di un venditore di sogni, per condizionare gli ingenui, mostrano ai ragazzi l'importanza della popolazione di riferimento in un'indagine statistica, per la corretta interpretazione dei suoi risultati.

Dalle fiabe ai laboratori

Coinvolgimento attivo



I bambini non sono solo ascoltatori, prendono parte alla storia attraverso i laboratori in cui utilizzano la chiave statistica per risolvere problemi o rispondere a quesiti

Efficacia del metodo



Sono stati realizzati eventi a carattere divulgativo a partire dalle fiabe in Veneto ed Emilia-Romagna (50 classi, per un totale di 1000 alunni). I feedback degli esperti (insegnanti) hanno evidenziato l'efficacia del metodo di lavoro e l'utilità delle fiabe per lo sviluppo delle competenze di base previste anche dal curriculum scolastico

Replicabilità



Lo strumento garantisce la replicabilità delle attività grazie alla pertinenza dei contenuti rispetto agli obiettivi di apprendimento.

Se dunque siete pronti a raccogliere la nostra sfida, non vi resta che leggere le fiabe e iniziare l'avventura!



- Ma io non voglio andare in mezzo ai matti, si lamentò Alice.
- Oh, non hai altra scelta, disse il Gatto: qui siamo tutti matti. Io sono matto. Tu sei matta.
- Come lo sai che sono matta? disse Alice.
- Devi esserlo, disse il Gatto, altrimenti non saresti venuta qua.

L. Carroll, Alice nel paese delle meraviglie

Le Streghe di Bayes e altre storie.
Come spiegare la statistica con le fiabe

Grazie per l'attenzione!

Rina Camporese

campores@istat.it

Susi Osti

osti@istat.it

Le Streghe di Bayes e altre storie. Come spiegare la statistica con le fiabe



Due mondi apparentemente molto distanti, quello “freddo dei numeri” e quello “coinvolgente dell’immaginazione”, possono incontrarsi e interagire per dare vita a personaggi e racconti fantastici? Questa è la sfida che troverete ne Le streghe di Bayes e altre storie.

Un vero e proprio libro di fiabe con personaggi e trame fantastiche dove i protagonisti utilizzano il ragionamento statistico per risolvere le prove o superare le difficoltà.



<https://www.istat.it/it/archivio/204260>

Rina Camporese campores@istat.it

Susi Osti osti@istat.it

Alcune proposte di laboratori



La giacca che vinse una gara di sci

Il laboratorio si propone di spiegare le proprietà della media aritmetica e il suo significato in relazione alla variabilità con l'aiuto di un muro di mattoncini Lego.

<https://goo.gl/M8AZn6>



Bisticci tra sorelle

Il laboratorio si propone di spiegare sia come si calcolano media, mediana e moda, che il loro significato. Come tre sorelle, possono andare d'accordo e presentare lo stesso valore, ma molto più spesso possono presentare valori assai diversi...dipende dalla variabilità dei dati.

<https://goo.gl/mXY1Ry>



Una, dieci, cento, mille notti di luna

La legge dei grandi numeri" fu formalizzata circa trecento anni fa da Jakob Bernoulli e dimostra che, come scopriranno i protagonisti del laboratorio, che dopo un numero infinito di lanci di una moneta, testa e croce usciranno con la stessa frequenza.

<https://goo.gl/anxf9W>





Mattoni, Muratori e Muri iniziano tutti con la M come la Media aritmetica

Età consigliata

6-10 anni, 10-13 anni

L'analisi dei dati e le riflessioni sui risultati saranno commisurate all'età e alle conoscenze dei bambini.

Scopo del gioco

Il gioco si propone di spiegare ai bambini le proprietà della media aritmetica e il suo significato in relazione alla variabilità.

Materiali

200 mattoncini da costruzione 2x4 di un unico colore

2 basi 32x32

2 plate 2x16

Foglio elettronico per calcoli veloci (non indispensabile)

Svolgimento

I bambini costruiscono dei muri di mattoncini lego, secondo uno schema che rappresenta il numero di mattoni che diversi muratori, più o meno esperti e veloci, riescono a lavorare in mezz'ora.

Osservando e modificando la forma del muro, ragionano su scarti a somma zero e sul significato della media aritmetica, tenendo conto della variabilità e dei valori estremi.

Step 1

. spiegare ai ragazzi come costruire il muro in base allo schema

Step 2

. facendoli osservare la forma del muro, farli ragionare sulla posizione della media indicata da plate orizzontali

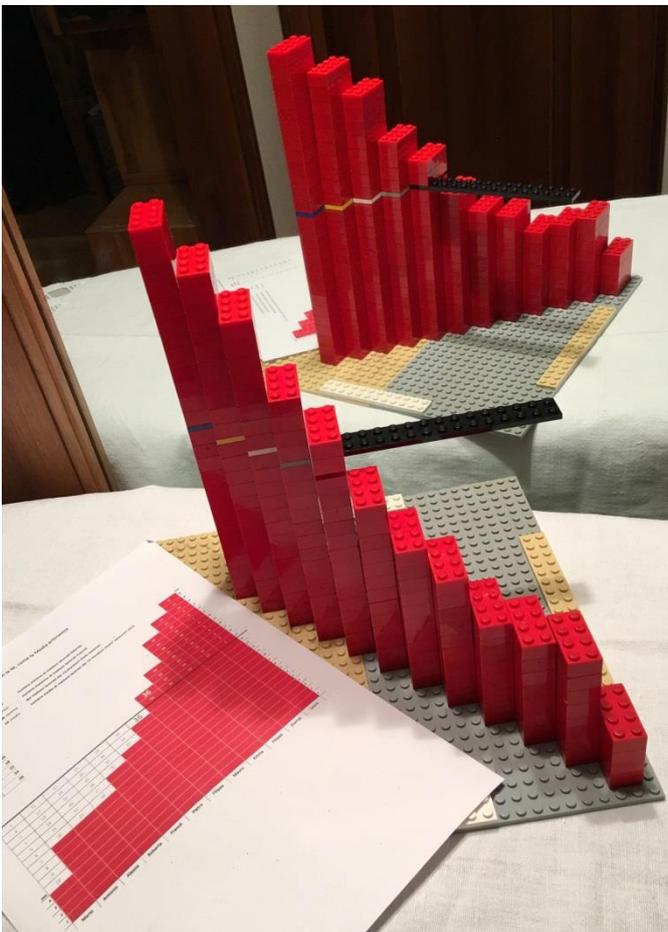
. farli ragionare sulla variabilità, sui valori estremi e sul rapporto tra valore medio e variabilità

Step 3

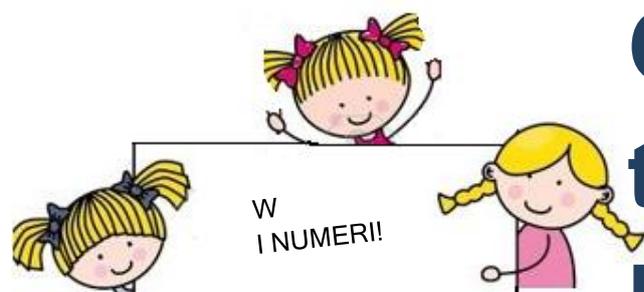
. far prendere tutti i mattoni sopra la media e riempire completamente i buchi sotto la media (proprietà degli scarti a somma zero)

Step 4

. far smontare il muro, dividere i mattoni in dodici parti uguali, una per muratore e rimontare un muro alto come la media (somma dei valori = media*n)



Per ulteriori approfondimenti culturastat.veneto@istat.it



Conosciamo tre sorelle... [media, mediana e moda]

Età consigliata

6-10 anni, 10-13 anni

L'analisi dei dati e le riflessioni sui risultati saranno commisurate all'età e alle conoscenze dei bambini.

Scopo del gioco

Il gioco si propone di spiegare ai bambini sia come si calcolano media, mediana e moda, che il loro significato. Come tre sorelle, possono andare d'accordo e presentare lo stesso valore, ma molto più spesso possono presentare valori assai diversi...dipende dalla variabilità dei dati. Per misurare la variabilità dei dati si utilizzerà il range (la differenza tra il massimo punteggio ottenuto e il minimo), mentre per visualizzarla si useranno il grafico a barre e la tabella di frequenza.

Materiali

Pennarelli

Lavagna a fogli mobili

Dadi da gioco

Scheda per registrare i lanci e da compilare con i calcoli

Foglio elettronico su pc (se disponibile)

Svolgimento

Ad ogni bambino viene consegnato un dado da gioco e una copia della scheda allegata. Ciascuno lancia il dado 11 volte e registra i risultati ottenuti sulla propria scheda.

Al termine ognuno completa la propria scheda calcolando media, mediana, minimo, massimo e range dei risultati ottenuti. Si costruiscono la tabella di frequenza e il grafico a barre.

Si ragiona sui risultati per capire quali valori possono assumere media, mediana e moda, si osserva l'intera distribuzione e si ragiona anche in termini di variabilità e di asimmetria.

Si chiede quindi ai ragazzi di nascondere i punteggi registrati e il grafico a barre, e di individuare media, moda, mediana e range solo guardando la tabella di frequenza.

Successivamente si chiede ai ragazzi di nascondere i punteggi e la tabella e di individuare le medesime grandezze guardando solo il grafico.

Evoluzione

Tramite un pc si registrano i lanci di tutti i bambini e si chiede loro quale è (se c'è...) la faccia più probabile. Si costruiscono la tabella di frequenza e il grafico a barre, e si calcolano media, mediana, moda e range. Si confrontano i risultati globali di tutti i lanci con i risultati di ogni singolo bambino.

Si ottengono gli stessi risultati? Come si possono confrontare? Sono utili le percentuali? In quale situazione si riscontra maggiore variabilità: in 11 lanci o 110 lanci? Perché?...Questi sono esempi di quesiti per avviare la discussione in classe.

Si possono introdurre in questo modo i concetti di probabilità ed evento utilizzando le frequenze relative osservate in un gran numero di lanci.

Se si dispone di un'aula informatica, invece della scheda cartacea per la registrazione dei propri risultati, si può utilizzare un foglio elettronico, opportunamente predisposto con caselle di controllo per la validazione del dato.

Per richiedere il foglio elettronico scrivere a culturastat.veneto@istat.it

Il tuo nome



Punteggi

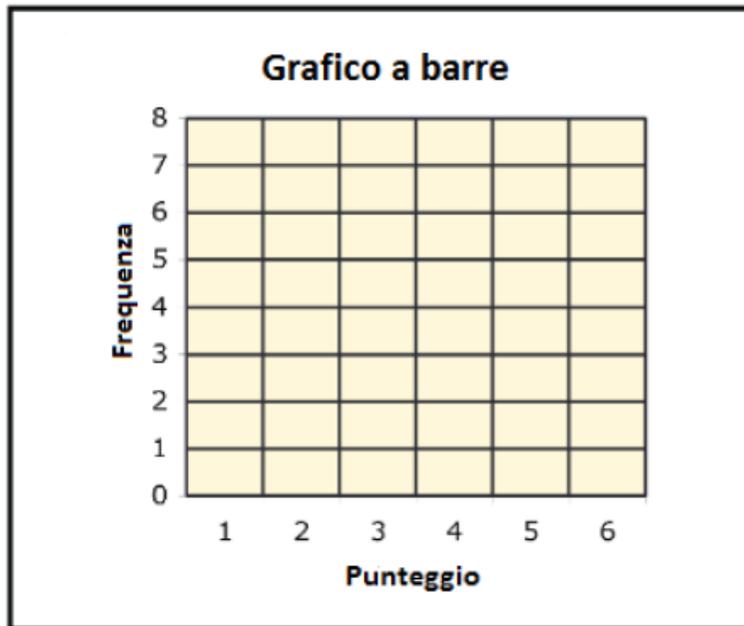
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

Punteggi ordinati

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

Tabella delle frequenze

Punteggio	1	2	3	4	5	6
Frequenza						



MASSIMO

MINIMO

RANGE

MODA

MEDIANA

MEDIA

Il quaderno degli esperimenti

di

Cosa voglio capire:.....

Cosa propongo di fare:.....

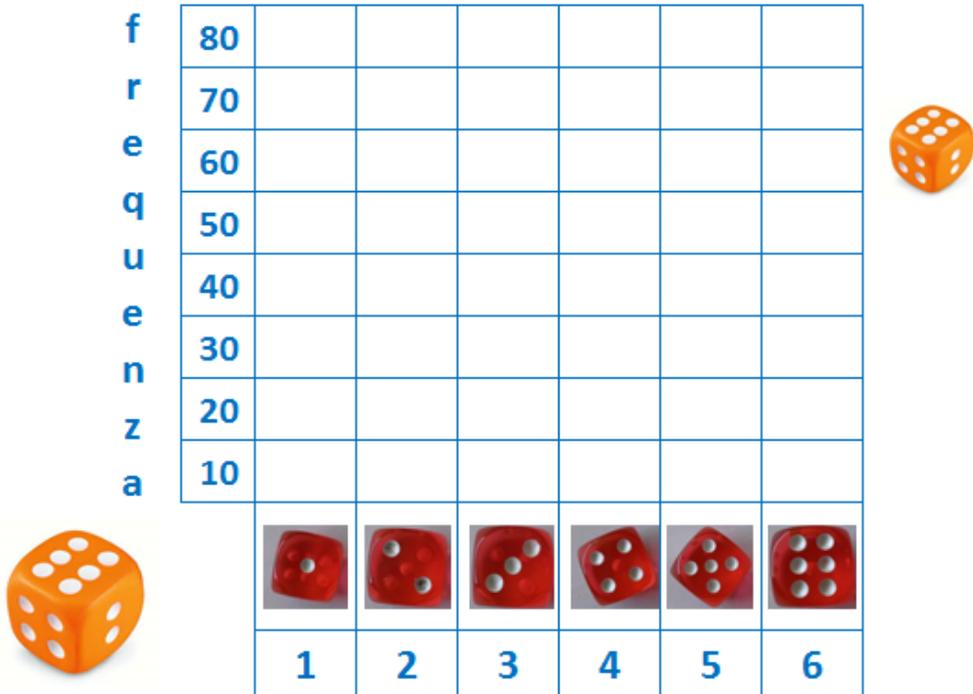
Cosa mi serve:.....

.....

Cosa faccio:.....

Cosa misuro:.....

Lancio del dado



Quali valori possiamo calcolare:

1)..... 2).....

3)..... 4).....

5)..... 6).....

Cosa possiamo concludere:

.....
.....

1, 10, 100, 1000 notti di luna. probabilità in fiaba

Età consigliata

6-10 anni, 10-13 anni

L'analisi dei dati e le riflessioni sui risultati saranno commisurate all'età e alle conoscenze dei bambini.

Scopo del gioco

Il gioco si propone di spiegare ai bambini la legge dei grandi numeri. A

Materiali

I materiali sono facili da trovare e la dinamica del laboratorio è semplice:

- . fiaba da leggere <https://www.istat.it/it/archivio/204260> a pagina 38
- . cento lune da ritagliare per il laboratorio
<https://takeaway.istat.it/index.php/s/D2ghBAma5N0XGXp> (password luna)

Svolgimento

La fiaba "Una, dieci, cento, mille notti di luna" racconta ai bambini la legge dei grandi numeri. Questa la trama:

Nel paese di Chisaquanto, ogni notte una strega lancia in cielo una luna.e ogni notte il mercante Amleto attende di vedere che faccia uscirà. La luna d'argento illuminerà il suo viaggio verso un altro luogo in cui vendere le sue mercanzie.La luna nera lo obbligherà ad attendere nella notte buia.Ogni notte un dubbio, ogni notte due possibilità.Una, dieci, cento, mille notti di luna...Quante ne trascorrerà in viaggio, il mercante Amleto?

Il mistero viene risolto grazie all'arguzia matematica di Ada, la figlia del mercante.

La storia si legge in circa 8 minuti.



Al termine i bambini possono far volare in aria e ricadere sul pavimento cento lune di carta e poi contare quante volte esce la faccia nera e quante volte la faccia bianca. Si può ripetere l'operazione e osservare come, mano a mano che il numero di lune lanciate aumenta, anche la frequenza relativa di uscita di lune bianche e nere si avvicina al 50%.

Per ulteriori informazioni e materiali culturastat.veneto@istat.it