Mathesis

Società italiana di scienze matematiche e fisiche fondata nel 1895

Sezione di Brescia

Scuola Estiva di Matematica

per i Docenti della Scuola Secondaria di Secondo Grado

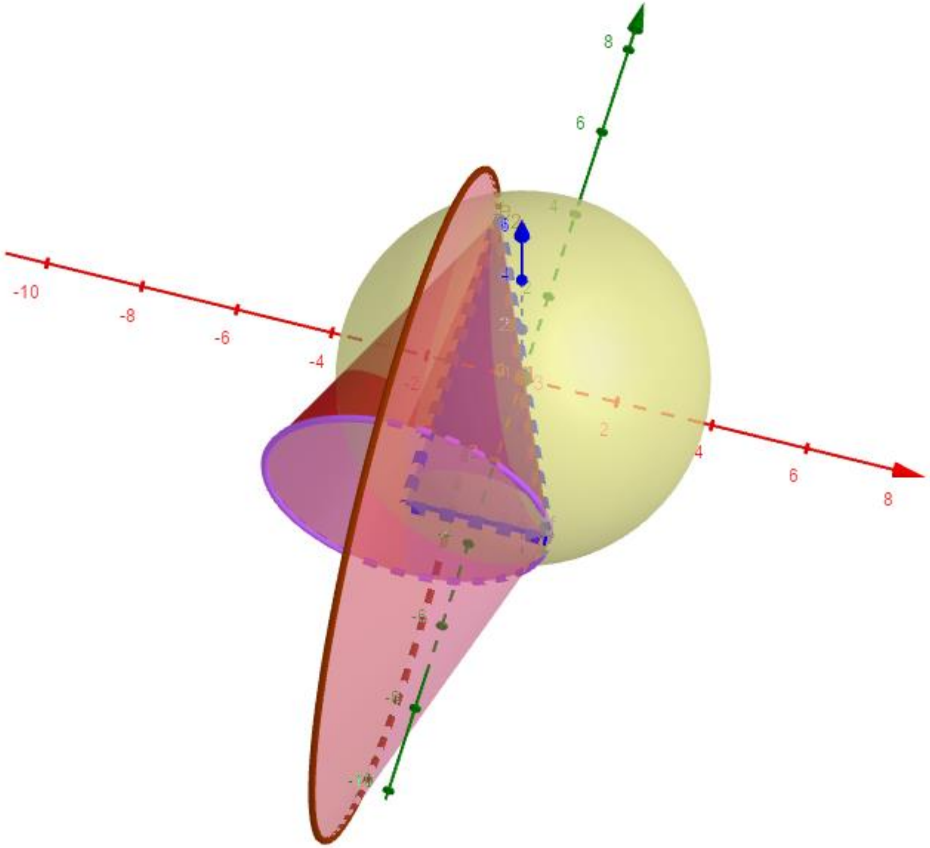
La prova scritta di **matematica** negli Esami di Stato: riflessioni storiche

17 - 20 luglio 2018 - Istituto Denza, Napoli

Prof.ssa Annalisa Santini

1859 Licenza liceale

- Legge Boncompagni-Casati del 13/11/1859



Tema d'esame anno 1898

Facendo ruotare un triangolo rettangolo di un giro completo intorno a ciascuno dei cateti successivamente si hanno due coni. Si indichino con S' ed S'' le superfici laterali dei due coni e con S la superficie della sfera avente per diametro l'ipotenusa. Determinare i lati del triangolo nell'ipotesi che sia:

$$aS' + bS'' = cS,$$

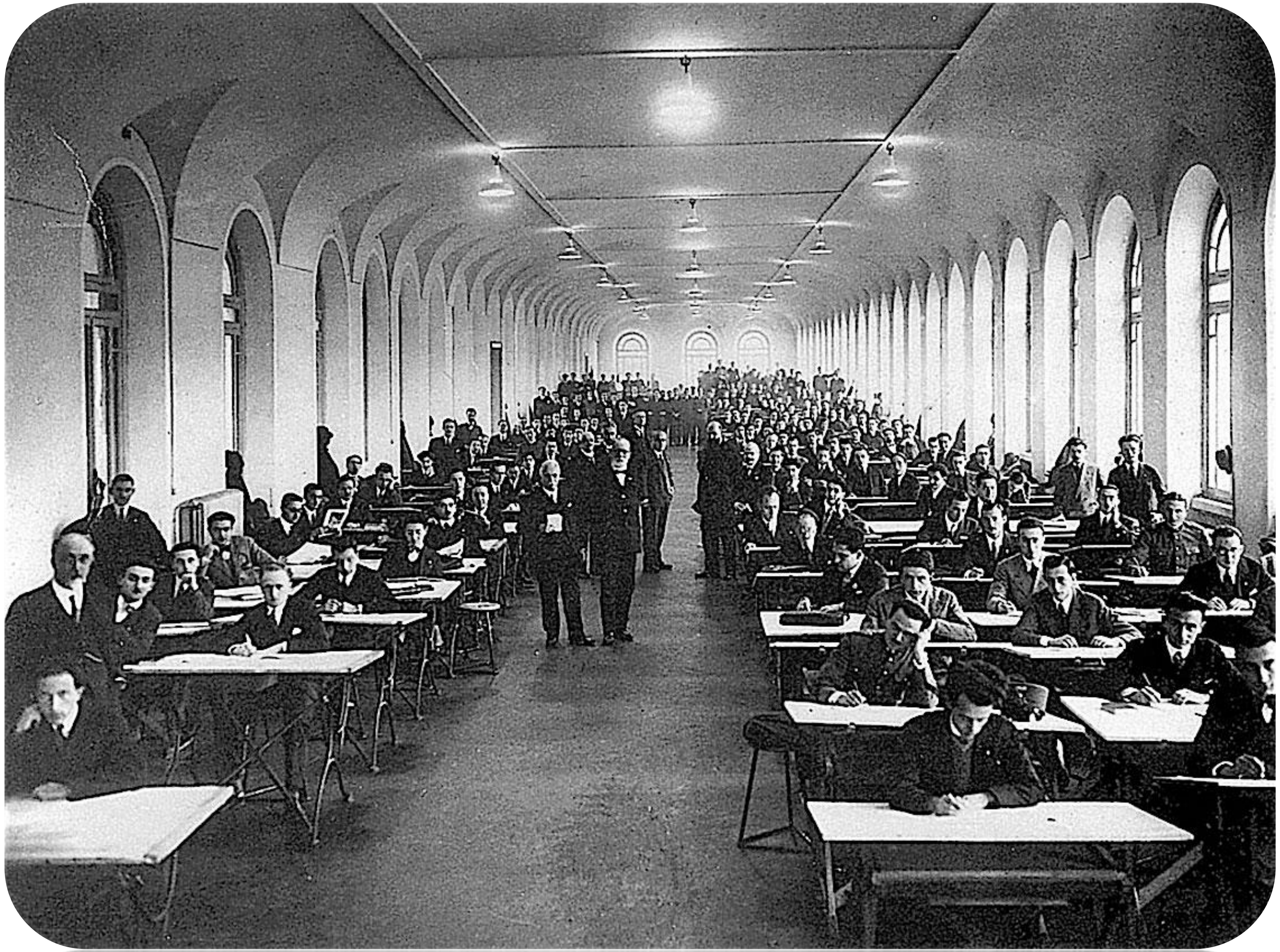
dove a, b, c sono numeri assoluti noti e sia pur data la superficie s del triangolo.


Non abbiamo bisogno
di chissà quali grandi
cose o chissà quali
grandi uomini.
Abbiamo solo bisogno
di più gente onesta
Benedetto Croce

“Tornando all’esame di stato e alle sue presumibili conseguenze, la ragione per la quale noi lo proponiamo, è unicamente quella del rinvigorimento della scuola di Stato, di cui finora è stata curata piuttosto la quantità che la qualità, e noi vogliamo ora pensare alla sua qualità e non alla sua quantità.”

6 luglio del 1920, Intervento di Benedetto Croce in parlamento

L'esame di maturità



1923 Giovanni Gentile

- quattro prove **scritte**: italiano e latino
  - greco e latino[1] (l. classico)
  - Matematica e lingua straniera (l. scientifico)
- **orale** di tutte le materie dell'intero corso (3 anni classico, 4 anni scientifico)

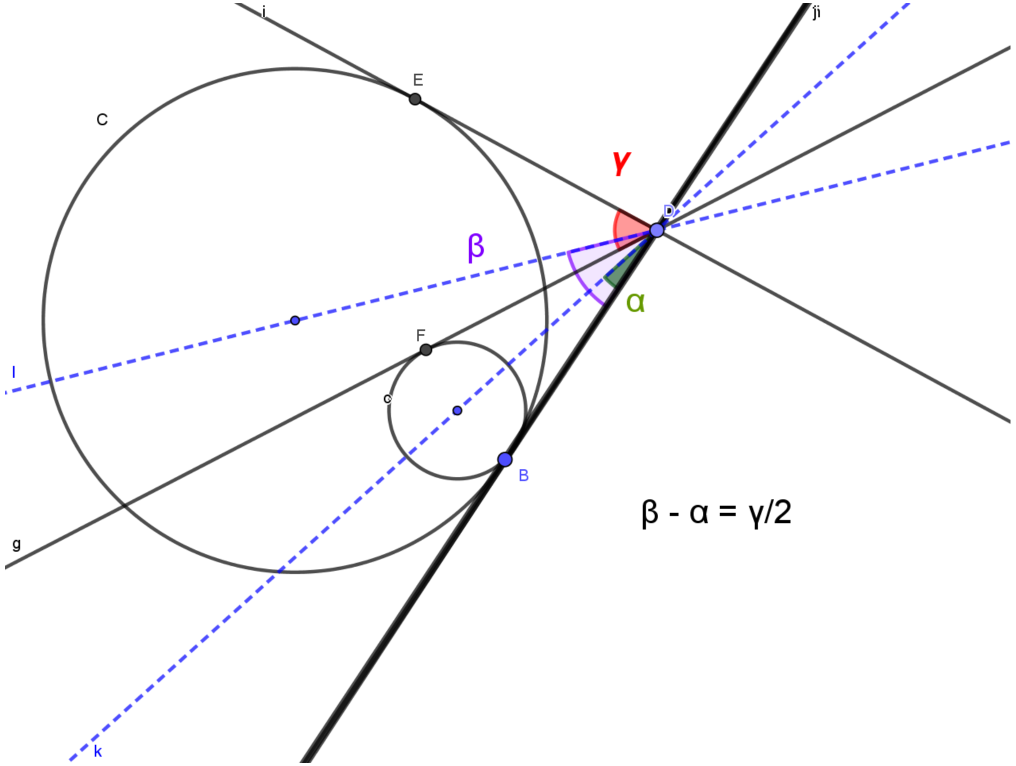
- La **commissione**: docenti esterni (in gran parte professori universitari) presieduta formalmente dal ministro.

- Gli esami si tenevano fuori **sede** (40 sedi su tutto il territorio nazionale per la maturità classica, 20 sedi per la maturità scientifica).

Maturità Scientifica 1923-24

Problema

Due circonferenze di raggi R ed r $(R > r)$ sono tangenti internamente. Trovare sopra la tangente comune un punto tale che le tangenti condotte per esso alle due circonferenze formino un angolo dato γ. A quale condizione deve essere sottoposto γ affinché il problema sia possibile? Si osservi che la differenza degli angoli che la tangente comune forma con le congiungenti il punto che si cerca coi centri dei circoli, eguaglia la metà di γ.



1937 Cesare Maria De Vecchi

- il programma d'esame si riferisce all'ultimo anno

1940 Giuseppe Bottai

- Commissione: "giudici naturali" docenti dei candidati, il presidente (un professore universitario) e vicepresidente (un preside) con nomina ministeriale.

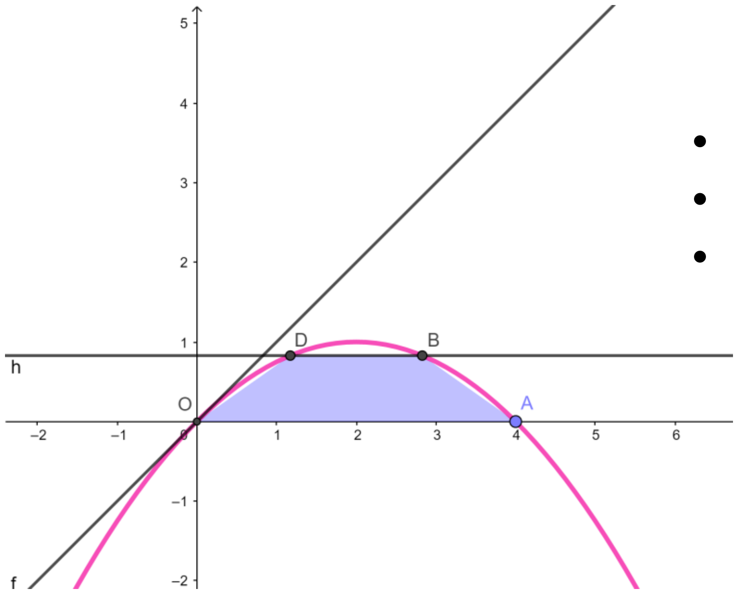
1943 la guerra rende problematico lo spostamento di studenti e insegnanti e la convocazione stessa delle commissioni esterne .

sostituzione dell'esame con uno scrutinio finale

1937 - 1938

Problema 1

In assi cartesiani ortogonali una parabola data è rappresentata da una equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$. Determinare a, b, c e disegnare la parabola, sapendo che questa incontra l'asse delle x nell'origine O e in un punto A di ascissa 4 e che la tangente alla curva nell'origine forma con l'asse x un angolo di 45°. Determinare inoltre il trapezio di area massima fra tutti quelli che hanno per base maggiore il segmento $\overline{OA}$ e per base minore una delle corde della parabola parallela ad $\overline{OA}$. Dire anche in quale rapporto sta l'area di tale trapezio a quella del segmento parabolico determinato da $\overline{OA}$ e contenente il trapezio.



- Equazione della parabola
- Trapezio di area massima
- Rapporto area trapezio-area segmento parabolico

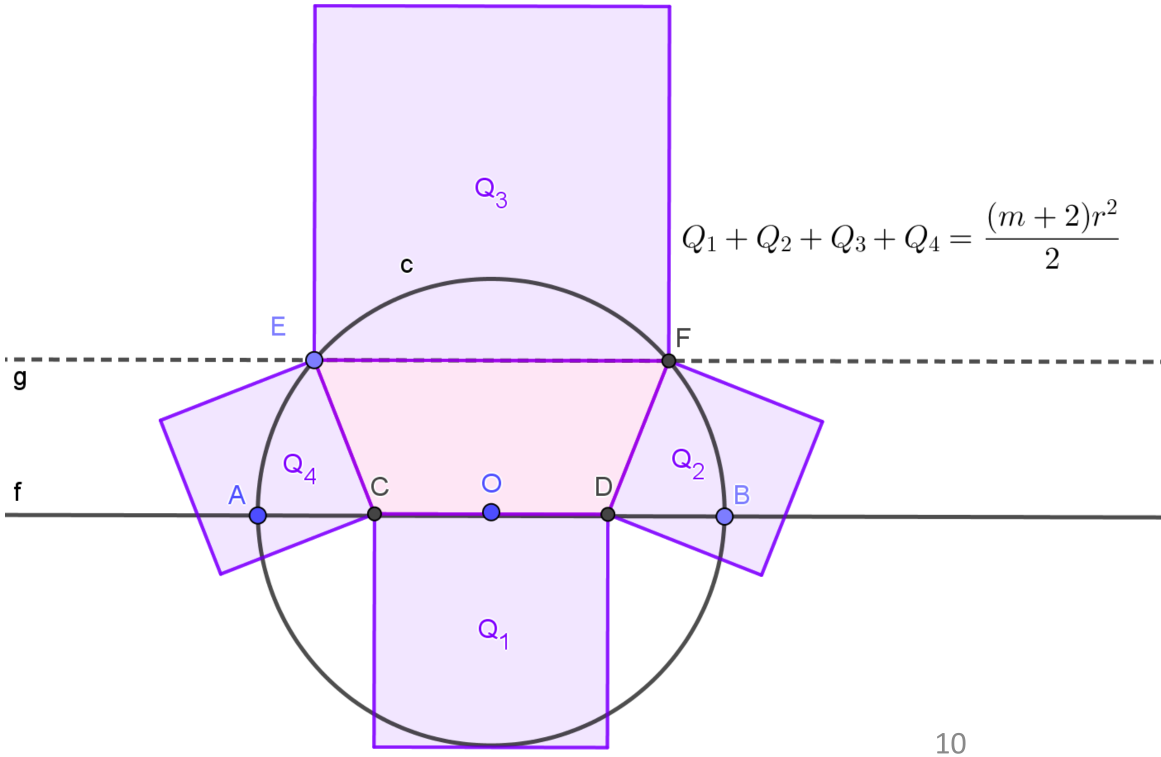
1937 - 1938

Problema 2

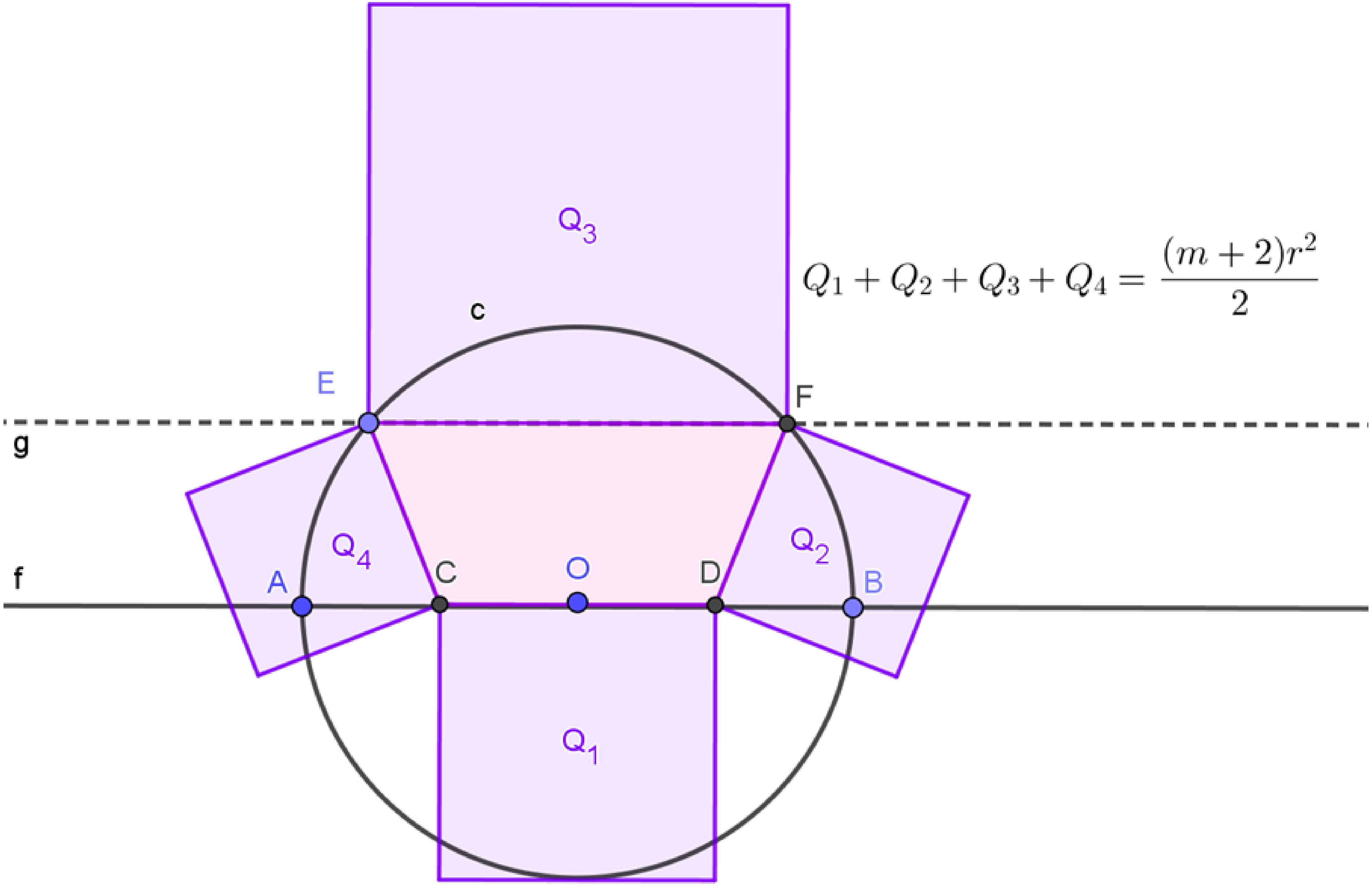
Sopra un diametro $\overline{AB}$ di un cerchio di centro O e raggio r sono dati i due punti C e D rispettivamente medi di $\overline{OA}$ ed $\overline{OB}$. Determinare la lunghezza $2x$ di una corda $\overline{EF}$ del cerchio, parallela ad $\overline{AB}$, in modo che, detto m un numero reale e positivo, la somma delle aree dei quadrati costruiti sui quattro lati del trapezio convesso CEFD risulti eguale a:

$$\frac{(m+2)r^2}{2}.$$

Discussione. Casi particolari a scelta del candidato.

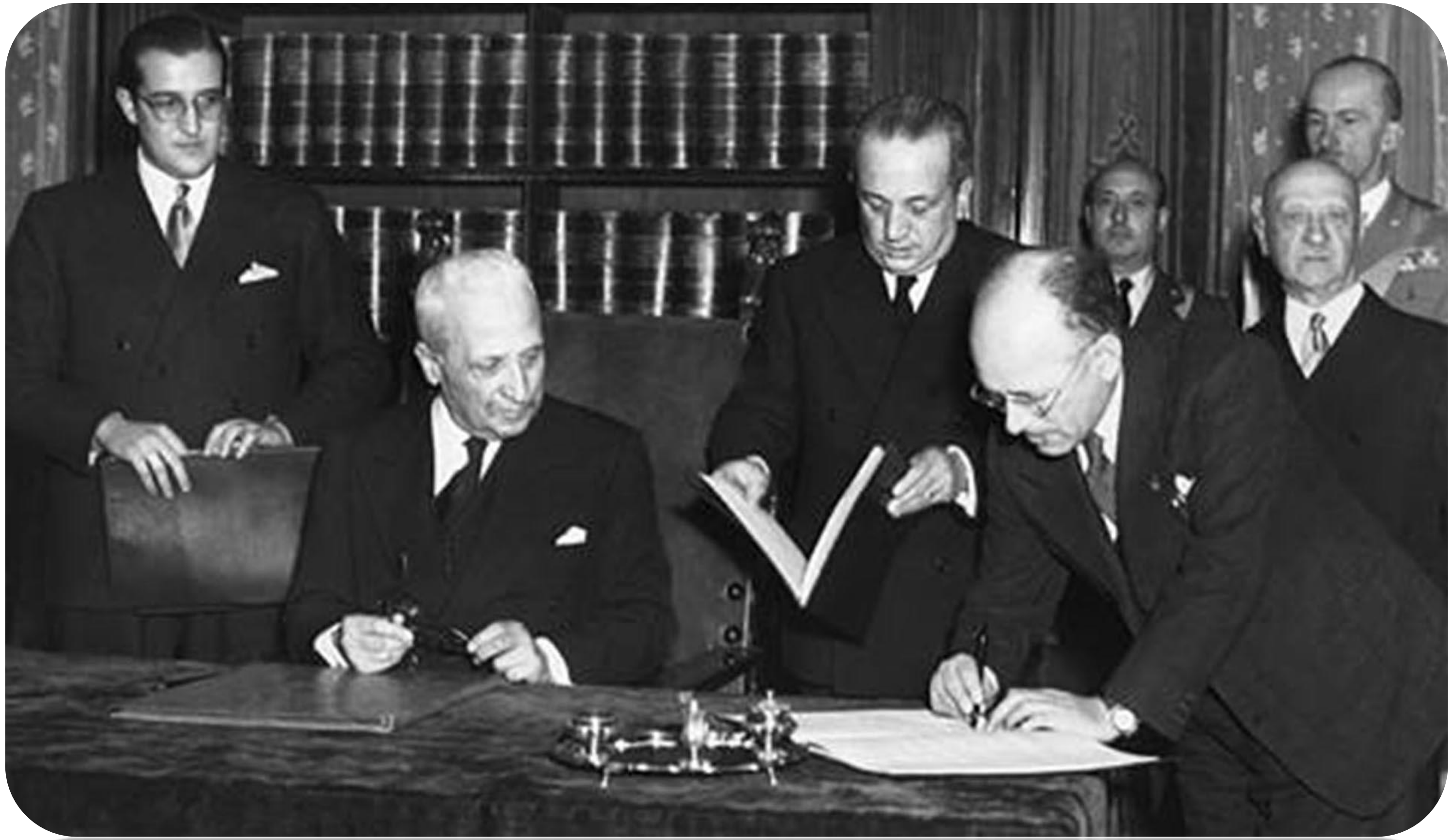


$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = \frac{(m+2)r^2}{2}$$



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = \frac{(m+2)r^2}{2}$$

1948 Costituzione della Repubblica Italiana



articolo 33:

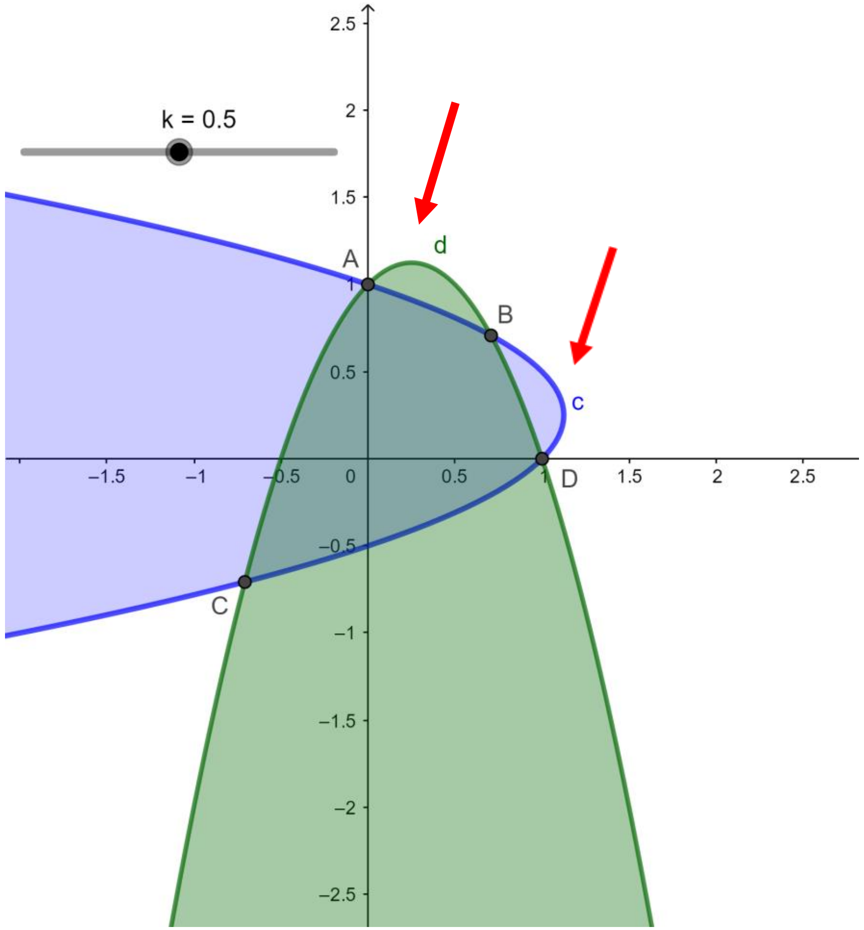
- "È prescritto un **esame di Stato** per l'ammissione ai vari ordini e gradi di scuole o per la conclusione di essi e per l'abilitazione all'esercizio professionale."

1952 Guido Gonella

- (Legge 25 luglio 1952, n. 1059)
- ripristinato l'esame di maturità di G. Gentile

- **novità**:
  - introduzione dei **membri interni** (prima due e poi soltanto uno)
  - **limitazione** dei programmi ai due anni precedenti l'ultimo, per i quali venivano richiesti soltanto “cenni”.

1952 - 1953



Problema

Risolvere il sistema:

$$\begin{cases} x^2 = kx + (k-1)y + (1-k) \\ y^2 = -kx + (1-k)y + k \end{cases}$$

tenendo presente che, qualunque sia il valore del parametro k, ammette la soluzione $x = 1, y = 0$. Determinare poi per quali valori del parametro i valori x, y delle soluzioni risultano reali e concordi oppure reali e discordi. Nel caso particolare di $k = 1/2$, interpretando x ed y come coordinate cartesiane di un punto del piano, si disegnino i grafici delle due equazioni del sistema.

Facoltativamente, nel predetto caso di $k = 1/2$, si calcoli l'area di una qualunque delle regioni finite del primo quadrante, determinato dalle due curve.

1969 Fiorentino Sullo

- (Legge 5 aprile 1969, n. 119)
- Due prove **scritte**
- Due materie per il colloquio **orale** (di cui una a scelta del candidato)
- Commissione è completamente esterna con la presenza di un membro interno.

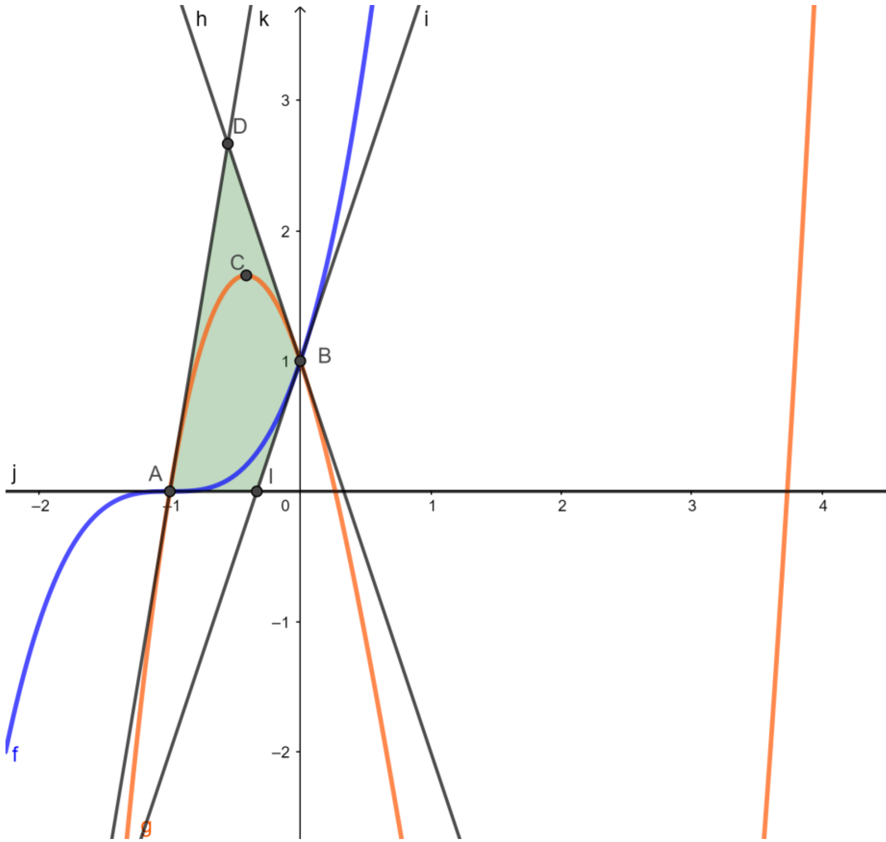
liberalizzazione degli accessi agli studi universitari

1994 Francesco D'Onofrio

- (art. 23 Legge 23 dicembre 1994, n. 724):

presidenti e membri esterni devono essere selezionati fra quelli disponibili nello stesso comune della commissione o, …..I nuovi criteri di nomina verranno applicati per la prima volta in occasione dei successivi esami del 1995.

1969-1970



Problema

Verificare che le due curve piane, grafici cartesiani delle funzioni:

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1,$$

$$y = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$$

hanno due punti in comune.

Indicare l'andamento dei predetti grafici cercandone in particolare gli eventuali punti di massimo o minimo relativi. Determinare l'area della regione piana limitata dai due archi dei grafici aventi per estremi i due punti comuni. Considerate poi le tangenti ai due grafici nei punti comuni, calcolare l'area del quadrilatero convesso da esse determinato.

Il candidato risolva, a sua scelta, almeno due dei seguenti quesiti. Tempo concesso: 5 ore.

1. É dato il triangolo AOB, rettangolo in O, del quale sia h l'altezza relativa all'ipotenusa. Detta x l'ampiezza dell'angolo $O\hat{A}B$ e posto
$$\tan\frac{x}{2} = t,$$
si esprima per mezzo di h e di t il perimetro del triangolo e si studi l'andamento della funzione di t così ottenuta.

2. Fra i triangoli isosceli inscritti in una circonferenza di raggio assegnato, si determini quello per cui è massima la somma dell'altezza e del doppio della base.

3. Si studi il grafico della funzione
$$y = 2\sin x + \sin 2x$$
nell'intervallo $0 \leq x \leq 2\pi$.

1970 - 1971

4. Considerata la generica parabola di equazione:
$$x = ay^2 + by + c,$$
si determinino i coefficienti a, b e c in modo che essa passi per i punti $(-6,0)$, $(0,2)$, $(0,6)$; indi si calcoli l'area della regione piana limitata dalla curva e dalle tangenti ad essa nei punti di ascissa nulla.

Fra le seguenti questioni il candidato tratti quelle che ritiene piu adeguate alla sua preparazione. Tempo concesso: 5 ore.

1972 - 1973

1. Si scrivano le equazioni delle due circonferenze C' e C'' tangenti alla parabola di equazione $y = 5 - x^2$ ed alla retta di equazione $y = 1$ e si indichino con r' ed r'' $(r' > r'')$ i rispettivi raggi. Dopo aver determinato r' ed r'', si scriva l'equazione di un'altra circonferenza C''' tangente alla C'', avente il centro sulla retta degli altri due centri e raggio uguale ad r'. Inoltre si trovi l'equazione della parabola tangente a C'' ed a C''' e si calcoli l'area della regione del piano limitata dalle due parabole.

2. Si disegni il grafico della funzione:
$$y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$$
e se ne determinino i punti per i quali la distanza dal punto A$(0, 1)$ assume valore minimo.

3. Si studi la variazione della funzione $y = 3\cos 2x - 4\cos x$ nell'intervallo $0 \leq x \leq 2\pi$.

4. Si studi la funzione
$$y = \frac{1+x^3}{x^2}$$
e se ne disegni il grafico. Si scriva poi l'equazione della tangente nel suo punto A di ordinata nulla e quella della retta passante per lo stesso punto e tangente alla curva in un ulteriore punto B. Detta C l'intersezione della prima tangente con il grafico si calcoli l'area della regione piana limitata dal segmento $\overline{BC}$ e dal grafico stesso.

Fra le seguenti questioni il candidato tratti quelle che ritiene piu adeguate alla sua preparazione. Tempo concesso: 5 ore.

1. Data una semicirconferenza di diametro $|\overline{AC}| = 2r$ e centro O, tracciare la semiretta uscente da A, perpendicolare ad $\overline{AC}$ e giacente rispetto ad $\overline{AC}$ dalla stessa parte della semicirconferenza. Detto M un punto generico su tale semiretta, indicare con x la distanza di M da A. Da M staccare l'ulteriore tangente in B alla semicirconferenza. Detta K l'intersezione della semicirconferenza con il segmento $\overline{OM}$ determinare l'area y del quadrilatero ACBK in funzione di x. Determinare il valore di y per x tendente a $+\infty$.
2. Determinare il luogo dei centri delle circonferenze tangenti alla retta
$$y = \frac{37}{12}$$
e passanti per
$$A\left(0, \frac{19}{12}\right)$$
ed il luogo dei centri delle circonferenze tangenti alla circonferenza di equazione
$$x^2 + y^2 + 4x + 4y - 8 = 0$$
e passanti per B(2, 2). Calcolare quindi l'area della parte di piano racchiusa dalle due curve.
3. Tracciare il grafico della funzione
$$y = x \cdot e^{-x}.$$
La funzione data rappresenti per $x \geq 0$ la legge oraria del moto di un punto che si muove lungo una semiretta (x rappresenti il tempo e y la distanza del punto P dall'origine della semiretta su cui si muove). Determinare in quale istante P raggiunge la massima velocità, in quale istante la velocità è nulla ed in quale istante l'accelerazione è nulla.

1989 - 1990

Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva. Tempo concesso 5 ore.

1996 - 1997

1. In un piano sono assegnate una circonferenza k di raggio di lunghezza nota r ed una parabola p che seca k nei punti A e B e passa per il suo centro C. Inoltre l'asse di simmetria della parabola è perpendicolare alla retta AC e la corda $\overline{AB}$ è lunga quanto il lato del triangolo equilatero inscritto in k. Dopo aver riferito il piano ad un conveniente sistema di assi cartesiani Oxy:

   a) determinare l'equazione della parabola p;

   b) calcolare il volume del solido generato, con una rotazione completa attorno alla retta AC, dalla regione piana delimitata dai segmenti di rette $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ e dall'arco BC della parabola p;

   c) considerata la retta t, tangente alla parabola p e parallela alla retta AB, trovare la distanza delle rette t ed AB;

   d) dopo aver dimostrato analiticamente che p e k non hanno altri punti comuni oltre ad A e B, calcolare le aree delle regioni piane in cui p divide il cerchio delimitato da k.

2. Sono assegnate le funzioni in x:

$$y = \frac{x^4 + ax^2 + b}{x^2 + 1}$$

   dove a, b sono parametri reali.

   a) Fra tali funzioni indicare con $f(x)$ quella per cui la curva Γ di equazione $y = f(x)$, disegnata in un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy, soddisfi alle seguenti condizioni:

      — la retta di equazione $y = 1$ sechi Γ in due punti e sia tangente ad essa in un punto;

      — l'asse x sia tangente a Γ in due punti distinti.

   b) Disegnare l'andamento di Γ.

   c) Calcolare l'area della regione piana delimitata da Γ e dall'asse x.

   d) Calcolare:

$$\int_0^3 f\left(\frac{x}{3}\right) dx.$$

3. Considerare i coni circolari retti in cui è uguale ad una lunghezza assegnata la somma del doppio dell'altezza col diametro della base.

   Fra tali coni determinare quello di volume massimo e stabilire se ha anche la massima area laterale.

   Nel cono di volume massimo inscrivere poi il cilindro circolare retto avente la base sul piano di base del cono e volume massimo.

   A completamento del problema, considerata una funzione reale di variabile reale $f(x)$, definita in un intervallo I, e detta $f(x)$ decrescente in I se $x' < x''$ implica $f(x'') > f(x')$ per ogni x', x'', dimostrare il seguente teorema:

   Sia $f(x)$ una funzione reale di variabile reale derivabile in un intervallo I. Condizione sufficiente ma non necessaria affinché $f(x)$ sia decrescente in I è che risulti $f'(x) < 0$ per ogni x appartenente ad I.

1997 Luigi Berlinguer

- (Legge 10 dicembre 1997, n. 425)
- Cambia la **denominazione**: da maturità a **esame di Stato**
- Verifica e certificazione delle conoscenze, competenze e capacità.
- **Tre le prove scritte** (a terza predisposta dalla Commissione)
- Colloquio **orale** su **tutte le discipline dell'ultimo anno**.
- credito scolastico e del credito formativo.
- **Commissione** è composta da 6 o 8 commissari, di cui metà interni e metà esterni, più il Presidente esterno all'Istituto.

Il nuovo esame di Stato conclusivo debuttò alla fine dell'anno scolastico 1998/1999

Il cambiamento della struttura della prova scritta di matematica

2001 Letizia Moratti

- (Legge 28 dicembre 2001, n. 448 - finanziaria del 2002)
  - **Commissioni** sono costituite **da soli membri interni** e da un **Presidente esterno** nominato per tutte le Commissioni operanti in ciascun istituto.

2007 Giuseppe Fioroni

- (Legge 11 gennaio 2007, n. 1)
  - **Commissioni miste**,
  - reintroduzione **dell'ammissione** all'esame

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario. Tempo concesso: 6 ore.

2000 - 2001

Problema 1

Si consideri la seguente relazione tra le variabili reali x, y:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{a}$$

dove a è un parametro reale positivo.

a) Esprimere y in funzione di x e studiare la funzione così ottenuta, disegnandone il grafico in un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy.

b) Determinare per quali valori di a la curva disegnata risulta tangente o secante alla retta t di equazio

c) Scrivere
cetta sul

d) Calcola
retta t.

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario. Tempo concesso: 6 ore.

e) Determinare per quale valore del parametro a il grafico, di cui al precedente punto a), risulta tangente alla circonferenza k.

Problema 2

Considerato un qualunque triangolo ABC, siano D ed E due punti interni al lato $\overline{BC}$ tali che: $\overline{RD}=\overline{DE}=\overline{EC}$. Siano poi M ed N i punti medi rispettivamente dei segmenti $\overline{AD}$ ed $\overline{AE}$.

a) Dimostrare che il quadrilatero DENM è la quarta parte del triangolo ABC.

b) Ammesso che l'area del quadrilatero DENM sia

$$\frac{45}{2}a^2$$

dove a è una lunghezza assegnata, e ammesso che l'angolo $A\hat{B}C$ sia acuto e si abbia inoltre: $|\overline{AB}|=13a$, $|\overline{BC}|=15a$, verificare che tale quadrilatero risulta essere un trapezio rettangolo.

c) Dopo aver riferito il piano della figura, di cui al precedente punto b), ad un conveniente sistema di assi cartesiani, trovare l'equazione della parabola avente l'asse perpendicolare alla retta BC e passante per i punti M, N, C.

d) Calcolare, infine, le aree delle regioni in cui tale parabola divide il triangolo ADC.

...

2010 Mariastella Gelmini

- (DPR 22 giugno 2009, n. 122)
  - dall'anno scolastico 2009/2010, per essere **ammessi** all'Esame di Stato bisogna riportare un voto almeno pari al sei in tutte le discipline

2012 Francesco Profumo

- nell'anno scolastico 2011/2012

attuato il DPR 23 luglio 1998 n. 323 che prevede l'invio alle commissioni d'esame delle **tracce** delle prove scritte **per via telematica**,

2017 Valeria Fedeli

- dall'anno scolastico 2018/2019 cambia la composizione dell'Esame di Stato.

Seconda prova :
Matematica e fisica????

  - due prove scritte
  - colloquio orale che darà rilevanza all'esperienza dell'alternanza scuola-lavoro.
  - Criterio di ammissione ....

Spunti di riflessione:

- Cambiamento: istruzione-formazione……

  <<pieno sviluppo della persona umana>>

- XXI sec …..**obiettivi** nazionali, europei, **globali?**

- **Cosa vogliamo che sia** l'esame di stato?

Spunti di riflessione:

- Indicazioni nazionali + **contenuti**

Sono teste da riempire?

- Scuole con ~~indirizzi sperimentali~~ – scuola di progetti (PON….)

- Le famiglie…..

Ruolo *(condizionano le scelte ministeriali)*

Rivedere?

Dinamiche scuola-famiglia…..

https://www.youtube.com/watch?v=SVeNeN4MoNU#action=share

«Perché l'oggi discende dall'ieri, e il domani è il frutto del passato. Un passato che non deve paralizzare il presente, ma aiutarlo a essere diverso nella fedeltà, e nuovo nel progresso.»

Jaques le Goff

Grazie

Prof.ssa Annalisa Santini
annalisasantini66@gmail.com

Biblio-sitografia

- L. BATTAIA – E. SUPPA, MATEMATICA ALLA MATURITÀ, Tracce dei temi assegnati agli esami di stato di Liceo Scientifico

  Versione 3.1 del 29 marzo 2017

- http://www.batmath.it-http://www.rotupitti.it
- https://www.youtube.com/watch?v=SVeNeN4MoNU#action=share