

# LA MATEMATICA IN UN RACCONTO

In una giornata assolata, un bruco sul fusto di una pianta riposava all'ombra di una foglia. Per ammazzare il tempo, pensò bene di muoversi sulla pianta girando intorno allo stelo fino a raggiungere l'ombra della foglia sovrastante posta nella medesima direzione e toccando lungo il percorso le foglie che incontrava. Iniziò su un grande olmo: percorrendo in senso antiorario fu sufficiente un giro completo per arrivare al traguardo, poi scendendo cambiò senso (senso orario), un altro giro completo e si trovò al punto di partenza. Le foglie incontrate erano esattamente 2, somma dei giri compiuti. Il giorno dopo fu la volta di un bel ciliegio: qui, in senso antiorario furono necessari 2 giri completi intorno al fusto e per tornare indietro in senso orario, invece, 3 giri, le foglie incontrate in tutto 5. *"Strano!"* disse fra sé e sé, in entrambi i casi il numero delle foglie corrispondeva esattamente alla somma dei giri compiuti! Così continuò nei giorni seguenti su nuove piante. Provò su di un pero: 3 giri in un senso, 5 nel senso opposto: 8 le foglie toccate. *"Che magica distribuzione che hanno le foglie"* concluse, *"ordinate e con regole precise!"*

Aveva trovato, in molte piante, una successione crescente di numeri: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 .... dove ogni numero altro non era che il risultato della somma dei due precedenti. La successione di Fibonacci. Nei giorni seguenti, constatò, che tali numeri non solo regolavano la disposizione delle foglie in alcuni alberi e piante, ma anche quella dei petali di alcuni fiori, e ancora il numero delle spirali dei semi dei girasoli, delle spirali di pigne, ananas.... e poi la sezione del guscio delle conchiglie dei molluschi viventi. Sì, proprio delle spirali, linee curve che ruotano intorno ad un punto centrale allontanandosi da esso in maniera progressiva. Le spirali logaritmiche.

Con questa scoperta si diletta a trascorrere il tempo. Ma il suo destino era ben diverso. Sapeva benissimo che un giorno si sarebbe trasformato in farfalla. Quel giorno arrivò. Avvenne la metamorfosi: dal nuovo corpo vide spuntare due grandi ali variopinte, dalle eleganti forme e colori stupendi. Fu affascinato dai complessi disegni colorati, macchie blu, rosse, bianche, con fasce nere su uno sfondo arancione, fantasiose forme geometriche e linee sembrate messe lì a caso, invece erano disposte con un misterioso ordine dettato da una simmetria rispetto al corpo. Estasiato, dette un battito di ali allontanandosi in volo.

Volò, volò finché non incontrò la regina dei volatili: una grande aquila. Le chiese come trascorresse il tempo. L'aquila raccontò che volando molto in alto, poteva osservare i fiumi e il loro percorso dalla sorgente al punto di arrivo in mare. Tale percorso, pieno di curve, era sempre il triplo

della distanza che il fiume avrebbe percorso senza compiere tutti quei giri, esattamente 3,14.. volte (più precisamente 3,14159265.....). Numero misterioso! Pi greco ( $\pi$ ).

Non potendo volare così in alto come l'aquila, la farfalla si posò su un essere a lei ancora sconosciuto: l'uomo. Utilizzò il battito delle ali per misurare alcune le distanze. Misurò la distanza dell'ombelico da terra e, poi, l'altezza totale del corpo; gomito - punta del dito più lungo e l'intero braccio, parte inferiore della gamba e intera gamba... e così via, erano tutti in un rapporto costante: 0,618 (più precisamente 0,61803398874 ....)

*“Ma quanti numeri misteriosi che regolano la natura”* esclamò la farfalla e ancora più sorprendente il legame tra loro! Sì, perché il numero 0,618... (numero con infinite cifre decimali) è il numero al quale si avvicina rapidamente il rapporto tra due termini della successione di Fibonacci  $1:2 = 0,5$   $2:3 = 0,667$  ... ..  $8:13 = 0,615$   $34:55 = 0,618$  (la successione che aveva trovato nella spaziatura tra le foglie). E per di più, il suo reciproco 1,618033 .... coincide con sé stesso aumentato di 1. Che numero magico! Phi ( $\phi$ ). *“Numero Aureo!”* disse l'uomo *“... e ha anche qualcosa in comune con Pi greco?”* domando la farfalla. *“Sì, certo”* fu la risposta *“esistono molti legami tra Pi e Phi, posso citare quello che a me sembra più singolare. Si tratta di una relazione che lega i due numeri mediante una frazione continua, scoperta da un giovanissimo genio indiano di nome Ramanujan”*.

La farfalla posò l'attenzione per un attimo a tale numero aureo, al suo legame con i numeri di Fibonacci, e al fatto che tutto riconduceva alla spirale logaritmica....

Arrivò alla conclusione che proprio la spirale logaritmica sembrava essere il modello geometrico dell'evoluzione della vita, perché presente ovunque in natura: dai semi, fiori, agli animali, all'uomo... persino nelle galassie, (aveva riferito l'uomo) perché molte di esse come la via Lattea hanno i bracci a spirale.

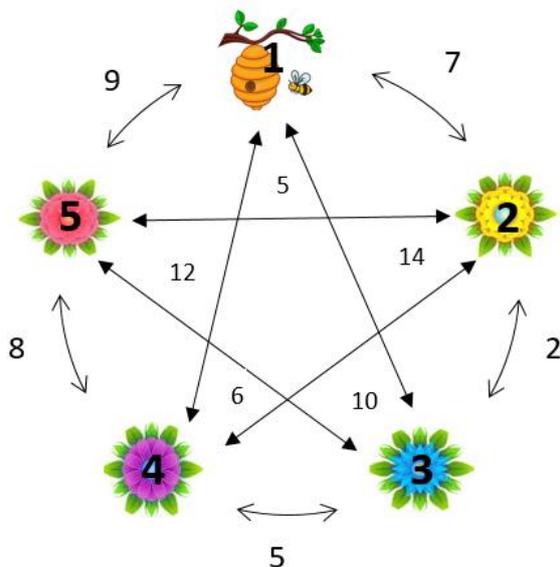
Immersa in questi pensieri continuò a volare ma la sua attenzione fu catturata da un grazioso insetto con il corpo giallo a strisce nere. Nonostante le dimensioni, questa particolare colorazione lo rendeva visibile. Sembrava un modo per avvertire tutti di stare alla larga dal pungiglione posto all'estremità del suo addome.

*“Lo sai che ti guardo da un po’? chi sei?”* chiese timidamente la farfalla. *“Sono un’ape operaia.”* Rispose l'insetto *“Ho un’importante ruolo sociale. Collaboro con le api del mio stesso alveare. Ho passato circa metà della vita adulta come ape di alveare. Mi sono occupata della pulizia dell'alveare e della nutrizione delle larve. Ora, finalmente, sono un’ape di campo a tutti gli effetti, un’esploratrice.*

*Sono sempre in affanno ma sono fiera di me! Ti racconto tutto in poche parole! Quando faccio capolino dal mio alveare, si apre la luce del cielo e illumina i fiori del prato. I fiori sono disposti in modo sparso ed io devo trovare il percorso più breve per cogliere il nettare da ciascun fiore, una volta sola, sbrigando il mio lavoro nel più breve tempo possibile e tornando all'alveare. Il tempo è prezioso!"*

Detto ciò l'ape tornò al suo alveare, depose il nettare, fece capolino dal suo «intelligente» nido e se ne allontanò volando verso il sole.

La farfalla si accorse che l'uomo osservava l'ape. Riuscì a leggere nei suoi pensieri! «Un commesso viaggiatore deve visitare un certo numero di clienti prima di tornare a casa. Conosce la posizione dei clienti e il tempo necessario a spostarsi dall'uno all'altro. Il suo problema consiste nel visitare tutti i clienti nell'ordine che gli consente di sbrigare il lavoro e tornare a casa al più presto. Il problema del commesso viaggiatore" (Travelman Sales Problem, TSP). Come fa l'ape a risolverlo più velocemente di un computer?»



La farfalla tornò a osservare l'ape e si accorse che, dovendo cogliere il nettare anche solo da quattro fiori, l'ape aveva  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 = 4!$  (4 fattoriale) possibili cammini da percorrere, simmetrici a due a due. In tutto 12 percorsi distinti. Infatti, appena lasciato l'alveare, l'ape doveva scegliere tra 4 fiori, poi tra 3, poi tra 2 e, infine, poteva volare sull'ultimo.

Per raffigurare tutti i possibili percorsi dell'ape, la farfalla dovette ricorrere ad un grafo cioè ad una rappresentazione grafica e schematica della situazione. Nel grafo disegnò i fiori che rappresentavano i nodi del grafo e le doppie frecce che corrispondevano ai percorsi simmetrici di collegamento tra due fiori. Immaginò, infine, i numeri sulle doppie frecce che indicavano la distanza in metri tra due fiori.» Calcolò, poi, tutti i 24 percorsi ed ottenne le soluzioni migliori:  $[1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 1]$  e  $[1 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1]$  entrambe di lunghezza  $(7 + 2 + 5 + 8 + 9) = 31$  metri.

Osservò che la difficoltà aumentava con l'aumentare del numero dei fiori. Con 9 fiori si sarebbero avuti  $\frac{9!}{2} = \frac{362880}{2} = 1.814.400$  percorsi distinti. Un numero, per lei, enorme!

Le antenne vibrarono e cominciò a cadere giù, giù vertiginosamente. L'accorse gentile un fiore del prato che la nascose tra i suoi petali. Quando rinvenne poté osservare un bambino che giocava con un dado a forma di dodecaedro e con una scacchiera di forma circolare, sul piano della quale era disegnata la proiezione del solido regolare a forma di stella.

Quel gioco le ricordava qualcosa... i fiori, i percorsi, il TSP!

Volando a mezz'aria e a distanza di sicurezza chiese: *"Con cosa giochi?"* *"ICOSIAN GAME"* rispose il fanciullo *"è un gioco che ho trovato in cantina. È antico ma è stato poco utilizzato, non ha avuto molta fortuna. L'ICOSIAN GAME è nato alla fine dell'Ottocento con il matematico irlandese Sir William Rowan Hamilton che nel 1857, a Dublino. Ad una riunione della British Association for the Advancement of Science, Sir William sfidò i suoi colleghi a partire da un vertice di un dodecaedro regolare, e, passando sugli spigoli, toccare tutti i vertici una ed una sola volta e tornare al vertice di partenza. Considera che il dodecaedro ha 12 facce a forma di pentagono, 20 vertici e 30 spigoli. Nel piano la sfida si trasforma nel trovare un ciclo che passa su tutti i 20 nodi una ed una sola volta."* Detto questo, il bimbo tornò a giocare con il suo rompicapo.

La farfalla volò via e si mise a riflettere. Tanti contesti diversi l'avevano condotta al TSP, un unico problema rappresentativo di una classe di problemi, tutti schematizzabili e risolvibili con un'unica metodologia procedurale in quanto la rappresentazione grafica metteva in evidenza le relazioni che collegavano le informazioni note, riconducendoli ad un quesito topologico. Che potenza c'era nella matematica!

La brezza accarezzava le sue sinuose forme e si sentiva bellissima!

In cuor suo, però, sapeva che le sue ali erano diventate così belle in un lungo processo di evoluzione per consentirle di evitare i predatori naturali e permetterle di farsi riconoscere dai suoi simili.

Non seppe mai come le tornò alla mente il TSP, l'uomo e gli Algoritmi Genetici! Sempre l'uomo!

L'uomo che continuamente cerca di scoprire i linguaggi più idonei per leggere la natura.

L'uomo che incessantemente cerca di prevederla e di controllarla.

L'uomo che vuole conoscere le origini della vita attraverso lo studio dell'informazione genetica degli organismi contenuta all'interno della struttura chimica delle molecole di DNA.

Sapeva che il padre degli Algoritmi Genetici era stato J. Holland che aveva usato il modello topologico del TSP per inizializzare Algoritmi Genetici che riproducono i meccanismi di evoluzione biologica presenti in natura. Matematica e tecnologia!

La farfalla intuiva che, in natura, un nuovo individuo ha il proprio patrimonio genetico derivato in parte dal padre e in parte dalla madre. La selezione naturale fa sì che riescano a propagare il proprio patrimonio genetico solo gli individui più forti cioè quelli con la "fitness più elevata". La fitness media della popolazione tende, così, ad aumentare con le generazioni, portando la specie ad evolversi nel tempo grazie anche ad elementi di casualità che "rinnovano" la specie mutandone alcune caratteristiche.

Si fermò a pensare... Quante opportunità di conoscenza aveva avuto in quel breve periodo e quanto, invece, ancora aveva da scoprire! La scienza che più di altre stava accompagnando il suo viaggio era la matematica con i suoi magici numeri e le sue perfette forme che stabiliscono la geometria della vita. La creatura con cui era riuscita a discutere di scienza era stato l'uomo. Ma, se guardava nella mente dell'uomo, lei che era stata dotata di questo «dono-castigo», poteva vedere da una parte una generosa sete di conoscenza, dall'altra scienza e tecnologia al servizio di interessi privati e dall'altra ancora quesiti sociali che richiedevano risposte.

Un dubbio la colse all'improvviso! La messa a nudo dei misteri della "VITA" da parte della "SUA" unica creatura pensante avrebbe potuto dare risposte concrete e complete soddisfacendo la sete di conoscenza e sciogliendo, nello stesso tempo, i problemi della società?

Maria Rosaria Dellabate

Maria Indirli