

## ASSAGGI DI MATEMATICA IN UN RACCONTO... BREVE

Premio “Bruno Rizzi” - 2016

---

Domenico Liguori

mim\_lig@alice.it

Se i numeri raccontano tutto l’Universo, l’universo dei numeri dove sta? Nelle idee dei primi filosofi, nella mente dei matematici o nella realtà di tutti i giorni? Si dice spesso che i numeri rappresentano un linguaggio, ma se un numero può essere paragonato ad una parola, le espressioni numeriche alle frasi ed i teoremi alle poesie, i corrispondenti numerici delle lettere chi sono? Facciamola più semplice e raccontiamola così...

Tanti anni fa, prima dell’era informatica, quando i matematici lavoravano solo con matita, carta e la propria mente, esisteva un insieme vuoto, una specie di incubatrice fredda e senza alcun segno di vita dove, di tanto in tanto, comparivano numeri e simboli. Questo posto costituiva l’anticamera della creazione matematica e gli elementi che vi si materializzavano erano destinati a partecipare alla creazione di nuove relazioni e formule matematiche. Questo insieme costituiva un collegamento tra il mondo dell’Arché numerico e quello del sapere matematico dell’umanità. Tutte le scoperte matematiche passavano attraverso questo insieme-incubatore e nessuna relazione logica poteva essere scoperta dagli uomini se prima non si fosse generata in questo luogo. Questa storia riguarda il momento in cui nell’insieme-incubatore si materializzarono alcuni tra i simboli più famosi della matematica:  $\pi$ ,  $e$ , ed  $i$  con i numeri 0, 1 ed il segno di uguaglianza “=”. La consapevolezza della propria esistenza in quell’ambiente comune che li ospitava tutti, portò loro a chiedersi il motivo di quella convocazione, chi fossero gli altri e in che modo potessero interagire tra di loro. Perché erano stati scelti proprio loro? L’1 si sentì il dovere di iniziare per prima pensando di presentarsi illustrando agli altri le proprie caratteristiche. Chiari subito che era il primo dell’insieme dei naturali, il generatore di tutti gli altri numeri naturali e l’elemento neutro per l’operazione del prodotto. Continuò, ricordando con orgoglio, che già il grande Pitagora lo aveva definito come *Arché*: il principio, cioè, da cui derivavano tutti i numeri. Una *monade*, una unità indivisibile ed ultima alla pari di un dio creatore del tutto. Il tutto, infatti, è composto da queste entità monodimensionali associabili al punto geometrico. Questa solenne presentazione creò attorno all’1 un’atmosfera di venerabile rispetto, ma non frenò la curiosità di  $\pi$  che chiese come potesse essere il generatore di tutti i numeri naturali e cosa significava essere l’elemento neutro per il prodotto. L’1, pur non aspettandosi domande, non si tirò indietro e diede prontamente risposta con degli esempi. Argomentò che ogni naturale è dato dal suo precedente sommato ad 1 e che se moltiplichiamo un naturale per 1 si ottiene sempre lo stesso naturale, per cui 1

non cambia il fattore (è elemento neutro) nella moltiplicazione. L'1 si vantava anche di essere un rappresentante della congruenza, infatti, spiegò che il rapporto di quantità congruenti è proprio 1. Continuando nell'elencare le sue caratteristiche chiarì di essere il primo tra i dispari e che proprio lui aveva il potere di trasformare un qualsiasi numero pari in dispari e viceversa semplicemente sommandosi ad esso. Mentre parlava di questo suo potere, l'1, rivelò anche che quando si trova ad essere l'ultima cifra di un numero allora questo è dispari e ciò vale anche per la base di numerazione binaria usata dai computer. Approfittando di un momento di pausa nella logorroica esposizione dell'1, il rappresentante dell'uguaglianza "=" intervenne facendo notare che sarebbe stato opportuno conoscersi tutti e sull'esempio del primo, proseguì invitando gli altri a seguirlo. Iniziò subito chiedendo, retoricamente, cosa sarebbe stata tutta la matematica senza di lui ed osservò che nessun tipo di relazione, di equazione o di formula potrebbe essere espressa senza il segno di uguaglianza. Tutti i numeri, le operazioni tra essi ed i simboli matematici sarebbero rimasti isolati, senza significato come le parole di un vocabolario senza la possibilità di poterle mettere insieme in frasi di significato apprezzabile. Si rivolse, poi, all'1 e gli fece notare che anche lui era imputato ad esprimere le congruenze e non solo, anche le uguaglianze di ogni genere e le similitudini. Probabilmente era il simbolo più usato nella matematica e godeva di semplici caratteristiche primitive (postulati dell'uguaglianza) quella della riflessività secondo cui ogni figura è uguale a se stessa, della simmetria secondo cui se una figura è uguale ad un'altra allora vale anche il viceversa e della transitività secondo cui se una figura è uguale ad una seconda e questa ad una terza allora anche la prima è uguale alla terza. Lo 0, che aveva ascoltato con attenzione i precedenti interventi, si presentò al gruppo con una breve introduzione storica su di sé. Raccontò di avere origini antichissime, che era già presente nella scrittura cuneiforme dei sumeri ad indicare l'assenza di numero, ma che in occidente si accorsero di lui soltanto nel 1200 quando il matematico italiano Fibonacci lo introdusse nei propri calcoli. Nel suo racconto trapelava un velo di tristezza quando raccontava di essere stato associato all'assenza di qualcosa, al nulla. Il suo nome, infatti, introdotto dallo stesso Fibonacci, deriva dall'arabo "*sifr*" che significa "nulla". Rivolgendosi all'1 gli fece notare che alcuni consideravano lui come il primo dei naturali e che rappresentava l'elemento neutro per l'addizione ed il primo numero pari. Ricordò anche che, insieme all'1, costituisce la base del sistema di numerazione binario usato dalle macchine elettroniche. Con una punta di orgoglio rammentò a tutti di avere il potere di azzerare ogni prodotto e di non essere disponibile al ruolo di divisore. In un altro angolo dell'ambiente c'erano due simboli abbastanza insoliti: una  $e$  ed un  $\pi$  i quali apparivano con una cifra intera ed una coda infinita di decimali dopo la virgola. Di loro si raccontava che per anni si erano prodigati, invano, nel disperato tentativo di contare le cifre della propria coda. Per riuscire in questa impresa avevano escogitato un metodo abbastanza originale unendo le proprie forze. Partendo l'uno di fronte all'altro e muovendosi in direzioni opposte,

lasciavano scorrere davanti alle rispettive teste la coda altrui in modo che l'uno potesse contare le cifre dell'altro. Per un motivo o per un altro non riuscirono mai a portare a termine questa impresa e ad ogni interruzione, come in una sorta di sadico ciclo irrazionale, riprendevano da capo. Cercare di numerare quelle cifre sembrava un po' come rincorrere la linea dell'orizzonte e scoprire, man mano che ci si dirige contro, che questa si allontana sempre più verso altro spazio che sembra spuntare dal nulla. Questo strazio durò per diversi anni fino a quando non presero coscienza della propria natura irrazionale e trascendente, quest'ultima dimostrata, rispettivamente per  $e$  e per  $\pi$ , da Hermite e Lindemann. A questo punto, anche per gli altri presenti, divenne palese che questi due simboli, nella loro finitezza, racchiudevano una manifestazione dell'infinito giacché gli appellativi di irrazionale e trascendente significano che le loro espressioni numeriche hanno infinite cifre non periodiche, non possono essere espressi come rapporto di numeri interi e che non sono radici di equazioni algebriche a coefficienti razionali. Sebbene i due fossero legati da questa parentela di natura così stretta era abbastanza evidente, da come si presentavano, che  $e$  fosse più analitico mentre  $\pi$  più geometrico. Durante le proprie presentazioni, infatti,  $e$  aveva precisato di essere definibile come un limite tendente all'infinito o, in modo equivalente, come una serie infinita. D'altro canto,  $\pi$  molto modestamente, aveva dato di sé una definizione più intuitiva sintetizzata nel rapporto tra circonferenza e diametro. Sia il  $\pi$  che la  $e$  erano, però, accomunati dal loro orgoglio nel sentirsi protagonisti nei campi più svariati del sapere umano: dal calcolo degli interessi maturati nel tempo su un capitale, alla crescita di una popolazione di batteri; dal decadimento radioattivo alla descrizione statistica e probabilistica di molti fenomeni naturali ed umani, alla descrizione dei fenomeni acustici e tanti altri. Tra i due,  $\pi$  vantava di essere più famoso di  $e$  a tal punto da venire celebrato in una giornata di festa, denominata  $\pi$  day, il 14 di marzo e di essere stato citato dal sommo poeta Dante Alighieri, nel XXXIII canto del paradiso, a proposito del problema della quadratura del cerchio. A causa, infatti, della irrazionalità di  $\pi$ , è impossibile costruire, con riga e compasso ed un numero finito di passi, un quadrato di area pari all'area di un dato cerchio o, equivalentemente, un quadrato di perimetro pari alla circonferenza data. Il rammarico che si percepì nelle ultime parole pronunciate da  $\pi$  fu quello di constatare che, purtroppo, ancora pochi hanno coscienza del fatto che questo "numero" è parte integrante della vita di tutti e che nell'infinità che si porta dentro è racchiusa tutta la storia dell'Universo. Il periodo di oscillazione del pendolo è proporzionale a  $\pi$ , una corda che vibra e quindi tutti i suoni, le onde elettromagnetiche e quindi tutta la tecnologia elettronica, dipendono da  $\pi$ . Perfino la diffusione del calore e la propagazione degli odori nell'aria dipendono da lui. Il signor  $\pi$  sta anche dentro di noi e si trova legato, perfino, al modo in cui risulta avvolta l'elica del nostro DNA. Incredibile! Forse per tutto questo meriterebbe più che un  $\pi$  day. Intanto la  $i$  se ne stava tutta sola e spaesata con un'aria distaccata dalla realtà. Gli altri cercarono la sua attenzione e insistettero per ottenerla reiterando più volte la richiesta di sapere chi

fosse. Finalmente la  $i$ , guardandosi attorno senza mettere a fuoco nulla di particolare, iniziò ad interagire con gli altri e chiese in che insieme si trovasse e che ci stesse a fare. La  $i$  lamentava la mancanza dei suoi amici complessi e dichiarava di essere l'unità immaginaria. Gli altri capirono poco e qualcuno osservò che di complessi ne doveva avere un bel po'. Dopo questa battuta, stranamente, la  $i$  aggiunse un'altra informazione sul proprio conto definendosi l'unica in grado di dare  $-1$  se elevata al quadrato e di essere la radice quadrata di  $-1$ . Questa sua proprietà fece scalpore tra gli amici che erano convinti del fatto che ogni quadrato dà sempre un numero positivo. L' $1$  sentì il dovere di andarle incontro per abbracciarla e dimostrarle così il meritato rispetto da parte di tutto il gruppo, per non farla sentire più una estranea, per darle il benvenuto nel loro insieme e quindi estenderlo verso nuove frontiere. Nel momento della stretta di mano  $i$  esclamò che con quel gesto avevano costituito un complesso, un numero fatto da una parte reale, l' $1$ , e da un'altra immaginaria, la  $i$ :  $1+i$ . Ora che tutti si erano presentati rimaneva da capire quale fosse lo scopo della loro presenza in quel posto e perché erano stati scelti proprio loro. Il numero  $1$  si ricordò che l'insieme-incubatore serviva per creare relazioni matematiche e avanzò l'ipotesi che la loro presenza lì doveva avere lo scopo di formare una qualche nuova relazione matematica. Tutti furono convinti della validità di questa ipotesi ed iniziarono a muoversi tra di loro, componendosi in modo da formare delle relazioni matematiche. Ma quale tra queste sarebbe stata quella corretta e come lo avrebbero capito? Non potevano immaginare che la soluzione sarebbe stata molto più semplice di quanto si potesse immaginare. Così come succede alle calamite che si attraggono seguendo le leggi del magnetismo o come avviene per le note, sullo spartito di un grande compositore, che si ordinano armoniosamente sottomesse al talento del musicista, similmente, ogni volta che una mente matematica si trovava sul punto di produrre un risultato importante, l'energia di questo lavoro mentale generava una materializzazione, nell'insieme incubatore, degli elementi coinvolti nell'idea matrice. Successivamente questi elementi si sarebbero combinati in quell'unico modo consentito dalle leggi della logica e della matematica così da resistere a qualsiasi attacco dall'esterno. Tutto questo processo i matematici lo descrivono come costruzione di una teoria o dimostrazione di quel teorema e/o di quella formula. Naturalmente, dopo pochi tentativi di rimescolamento, gli elementi prescelti sentirono l'attrazione giusta nell'armoniosa configurazione  $e^{i\pi}+1=0$ . La potenza e l'energia racchiusi in questa formula si manifestarono in un bagliore di luci simili alle aurore boreali più belle e più maestose mai viste prima. La danza di queste onde luminose sembrò celebrare la magnificenza, la bellezza e l'eleganza della formula appena prodotta mentre la mente che stava partorendo questo gioiello della matematica era quella del grande Eulero.