

PREMIO "BRUNO RIZZI" 2016

LA MATEMATICA IN UN RACCONTO



DIANA CIPRESSI

diana.cipressi@gmail.com

Scuola sec. di 1° grado "G. Mezzanotte" di Chieti

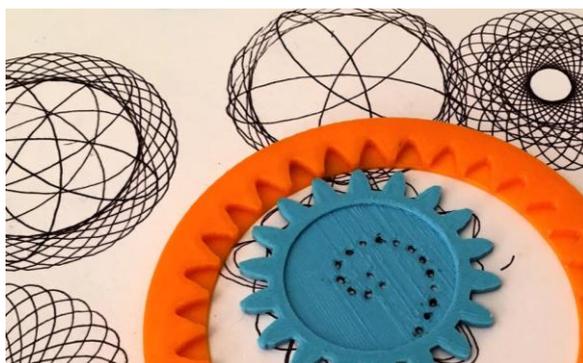
Lo spirografo

- *Vieni a vedere, Prof, i disegni che ho realizzato ieri!*

Incuriosita, raggiungo il banco di Angela e manifesto tutta la mia meraviglia nell'osservare figure geometriche, fantasiose e colorate. Il papà di Angela le ha regalato uno spirografo, uno strumento formato da un disco dentato che ruota dentro un altro disco.

Angela descrive a tutti il funzionamento di questo strumento:

- *Metto la matita nel buchetto del disco piccolo e lo faccio girare più volte dentro l'anello più grande, e poi ... voilà il gioco è fatto.*



La curiosità dei compagni è contagiosa e quasi tutti si alzano dal banco per vedere i disegni di Angela. La lezione ora deve aspettare e occorre rimettere un po' d'ordine:

- *Ok, ragazzi, andate a posto e osserviamo insieme. Chi vuole descrive queste figure?*

Filippo dice che le figure sembrano delle stelle e Riccardo replica:

- *Le linee però non sono dritte!*

Rebecca aggiunge:

- *A me sembrano fiori con tre, quattro, cinque petali ... che rimpiccioliscono all'interno.*

Per farla breve, l'ora di matematica nella classe 1B è passata in fretta; ma non dispero, perché il dialogo e la riflessione condivisa mi permettono all'inizio dell'anno scolastico di monitorare le abilità degli alunni e di percepire meglio la loro visione della matematica.

Nonostante il gioco sia un elemento accattivante e stimolante, avverto un senso di disorientamento nei miei piccoli allievi, quando devono gestire situazioni problematiche "aperte" come l'osservare il funzionamento di uno spirografo.

Alcuni bambini dichiarano i propri convincimenti:

- *La matematica è una disciplina di calcoli .. e di formule.*

- *La matematica è assai difficile!*

- *A che cosa serve la matematica?*

La visione epistemologicamente distorta della matematica e l'inadeguato senso di auto-efficacia rilevati tra gli alunni della mia classe, esprimono una percezione della matematica come una disciplina povera di riflessioni e problemi. Valuto quindi l'idea di progettare uno spazio laboratoriale, in cui favorire la costruzione progressiva del pensiero critico e incoraggiare la partecipazione attiva e collaborativa.

I disegni tracciati con lo spirografo, mi suggeriscono di sviluppare il tema della *divisibilità*, un concetto portante per la classe prima, e di concretizzare un connubio tra aritmetica e geometria.

Il gioco delle carte

- *Oggi giochiamo con le carte. Sette giocatori A, B, C, D, E, F, G sono posizionati intorno ad un tavolo rotondo e hanno a disposizione un mazzo di carte numerate da 1 a 100. Un giocatore distribuisce le carte iniziando dal giocatore C senza saltare nessuno, in senso orario. Se il giocatore A riceve la carta n° 6, quali carte avrà in seguito?*

Divido la classe in gruppi di lavoro, in modo che ognuno possa simulare il gioco distribuendo le carte con mano. Rebecca realizza una stella di numeri e osserva:

- *Il giocatore A possiede i numeri 6, 13, 20, 27, ...; il giocatore B i numeri 7, 14, 21, 28, ...*



Chiedo di trovare una relazione tra i numeri presenti in ciascuna sequenza. I più osservano che basta aggiungere sempre 7; qualcuno nota che tra due numeri successivi di una sequenza la differenza è 7 e Matteo aggiunge:

- *Basta fare 100 diviso 7, che dà 14 con il resto di 2. Quindi due giocatori avranno più carte degli altri.*

Scriviamo alla LIM le interpretazioni di ciascuno e annotiamo analogie e differenze: sono contenta che nel confronto di idee il seme della divisione è germinato!

I geopiani

Alcuni giorni dopo entro in classe e appoggio sulla cattedra alcuni gomitoli di lana colorata.

- *A che servono Prof?*

Sorrido e mostro una successione di *geopiani*: cerchi di cartone per torte, muniti di fermacampione equidistanti tra loro. Sono strumenti adatti alla costruzione di un ambiente di apprendimento laboratoriale, che serviranno a valorizzare la competenza “*imparare ad imparare*” evidenziando le caratteristiche della divisibilità nei poligoni stellati. Inizio ad illustrare il geopiano con 3 pioli:

- *Annodo il filo su un piolo e giro sempre in senso orario; faccio un passo alla volta, lego il filo al piolo successivo, fino a tornare nel piolo di partenza ... cosa vedo?*
- *Un triangolo equilatero.*
- *Se invece faccio due passi alla volta?*

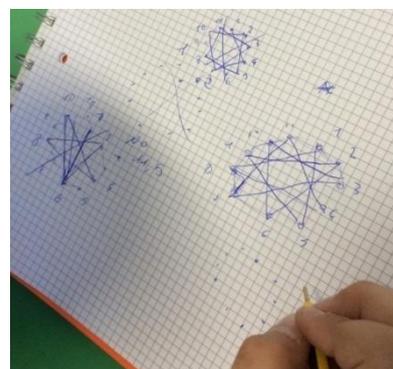
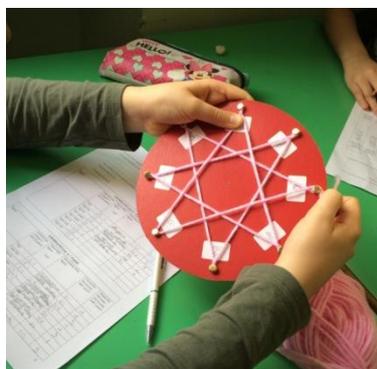
- Ancora un triangolo equilatero, .. ma percorso all'incontrario!
- Se faccio tre passi alla volta?

Superata un po' di incertezza, Andrea conclude:

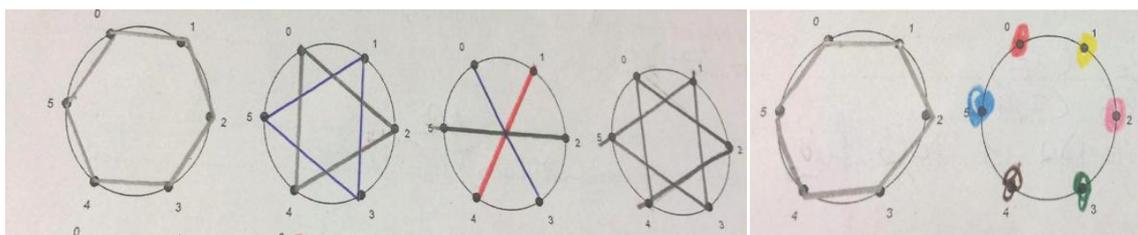
- Tre piccoli nodi!

Per le successive due lezioni, decido che la classe esaminerà le figure (n, k) tracciate sui geopiani al variare del numero n di pioli (dal 3 al 12) e del numero k di passi seguiti dal filo.

La situazione problematica proposta è nuova. L'alunno sarà un protagonista che deve ricercare soluzioni non note, manipolare i materiali strutturati e riflettere sugli errori e sulle strategie. La *didattica per problemi* diventerà efficace se combinata con il *Cooperative Learning*, una strategia che esalta l'aiuto reciproco, lo scambio di idee, l'autostima nello spirito di squadra; così la corresponsabilità di un raggiungimento degli obiettivi potrà favorire la scelta di procedure progressivamente consapevoli e autonome.

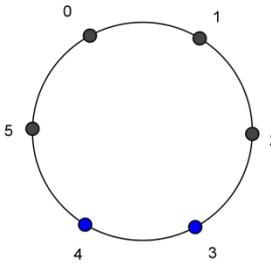


Passo tra i banchi incoraggiando tutti a procedere nell'indagine; i gruppi di lavoro pian piano superano le difficoltà iniziali, prendono familiarità con la costruzione dei geopiani, con la rappresentazione delle figure (n, k) e con la raccolta dei dati nelle tabelle.



I gruppi di lavoro esaminano attentamente i geopiani più piccoli 3, 4, 5, 6 e 7 e provano a trarre le prime considerazioni. Nel riconoscimento degli elementi caratteristici dei poligoni (lati, angoli, diagonali, ...), il linguaggio matematico affiancato dalla manualità inizia ad assumere uno spessore solido e duraturo.

Non è difficile scoprire che ogni tabella presenta una *simmetrica*, collegata a coppie di poligoni uguali ma percorsi in senso orario o antiorario:

GEOPIANO con $n=6$ pioli	I passi k per collegare i pioli	Nome della figura (n,k)	Descrizione della figura	Numero di fili usati per toccare tutti i pioli
	Tutti	(6,1)	Esagono regolare	1
	Ogni due	(6, 2)	Due triang. equilateri	2
	Ogni tre	(6, 3)	Tre segmenti	3
	Ogni quattro	(6,4)	Due triang. equilateri	2
	Ogni cinque	(6, 5)	Esagono regolare	1
	Ogni sei	(6, 6)	Sei punti	6

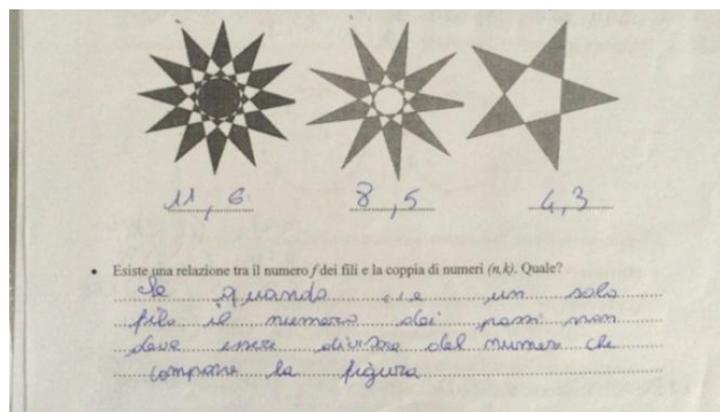
- Le figure (6,1) e (6,5) sono formate da un solo filo mentre le figure (6, 2) e (6, 4) da due fili.

Possiamo quindi individuare una *classificazione* dei poligoni stellati in “stellato semplice” nel primo caso e in “stellato composto” nel secondo caso.

Il lavoro prosegue con un grande entusiasmo e con un’attenzione particolare ai geopiani 7 e 12, che rappresentano da un lato un numero *primo* e *composto* e dall’altro il numero dei giorni della settimana e dei mesi dell’anno.

Il diverso comportamento dei geopiani va ricercato gradualmente nella *divisibilità*:

- se il passo k non è un divisore di n , la figura (n, k) sul geopiano è formata da un solo filo; ad esempio la figura (8,3) oppure (7,5).
- se il passo k è un divisore di n , la figura (n, k) è formata da più fili; ad esempio la figura (12,3) oppure (8,2).



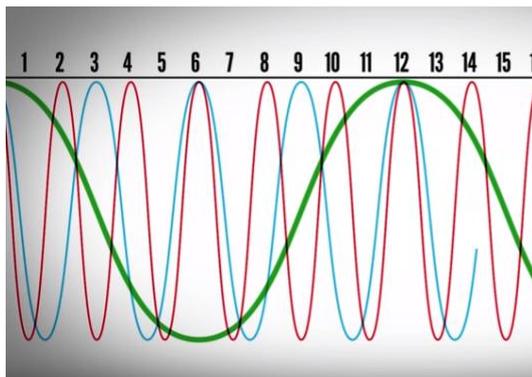
I geopiani sono uno strumento didattico efficace in quanto riescono a favorire la costruzione di un pensiero critico e la riduzione del divario tra il concetto matematico e le sue rappresentazioni. E’ cura dell’insegnante d’altra parte porre l’accento sulla visualizzazione delle operazioni svolte, sulla verbalizzazione di ciò che si è fatto, sull’analisi dei disegni e degli schemi, sulla possibilità di commettere gli errori e sull’introduzione graduale di un linguaggio formale.

La magigicada

Parliamo di insetti diffusi nel Nord America che hanno scelto un numero primo per scandire il loro ciclo vitale, di 13 o 17 anni. Dopo aver vissuto sotto forma di ninfa per p anni, questi insetti emergono contemporaneamente e fanno la loro assordante comparsa.

- *Gli insetti conoscono i numeri primi? Non esattamente! Ma l'evoluzione di questi insetti mette in difficoltà i propri predatori.*

Osserviamo il seguente grafico che rappresenta il ciclo vitale di un insetto che ha un ciclo di vita di 12 anni (linea verde) e il ciclo vitale dei suoi predatori (linea rossa o celeste).



Alessandra osserva:

- *Il predatore rosso e quello celeste incontrano la preda verde ogni 12 anni. Infatti 12 è un multiplo di 2 e 3.*

Gli alunni scoprono pian piano che 12 è un numero composto e che gli incontri tra i due animali sono frequenti e facilmente calcolabili; se invece il massimo comun divisore tra il ciclo vitale della cicala e del suo predatore è 1, allora i due animali faticeranno a sincronizzarsi e le cicale avranno la meglio!

L'aritmetica dell'orologio di Gauss

Racconto agli alunni il famoso aneddoto in cui il matematico *Karl Friederich Gauss*, ancora bambino, era riuscito a calcolare con ingegno la somma dei primi 100 numeri naturali, individuando nella successione di numeri una simmetria che gli consentiva di eseguire il calcolo con facilità.

Devo menzionare Gauss, che ha contribuito all'introduzione dell'aritmetica modulare, per riprendere la questione del *resto* di una divisione, dando una semplice formalizzazione delle congruenze modulo n .

- *Prendiamo l'orologio modulo 7, un cerchio raffigurante i giorni della settimana e dotato di una sola lancetta. Associamo alla domenica il numero 0, al lunedì 1, al martedì 2, ecc. Se oggi è sabato, che giorno della settimana sarà tra un anno (non bisestile)?*



Alcuni alunni provano a girare la lancetta ... ma i giri sono troppi! Andrea propone:

- *Faccio 365 diviso 7 e trovo il quoziente 52 e il resto 1.
Quindi al numero 6 del sabato aggiungo 1 e arrivo alla domenica.*

Ecco un'applicazione dell'aritmetica modulare con l'operazione dell'addizione in una situazione semplice e quotidiana. Osserviamo che $6 + 1 = 7$ e che il 7 sull'orologio della settimana corrisponde al numero 0. Scrivo sulla LIM un "parolone" per visualizzare che 7 e 0 sono congrui modulo 7

$$7 \equiv 0 \pmod{7}$$

mettendo in risalto il concetto di resto .

Non sarà difficile proseguire con l'aritmetica modulo 12 (le ore dell'orologio, i mesi dell'anno) per gestire altre situazioni problematiche attinenti al tempo e al calendario.

La socializzazione

Le esperienze ludiche, fenomenologiche e storiche hanno rafforzato negli alunni un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, riuscendo a comprendere come gli strumenti matematici siano utili per operare nella realtà.

- *Il lavoro va premiato. Faremo una festa con i genitori, racconteremo la nostra esperienza, inviteremo un gruppo di danze abruzzesi e faremo un bel girotondo.*



In coro, gli alunni della classe 1B mi emozionano ancora una volta:

- *Grazie Prof!*