Istituto Comprensivo Statale di Verolanuova
Scuola Secondaria di primo grado “Ercole De Gaspari” - Via Rovetta, 19
25028 Verolanuova (BS), tel. 030931214 - email: bsic89700g@istruzione.it

Classi 1°A, 2°A, 3°A - Insegnante Lucia Carini - email: prof.lcarini@gmail.com


Figura 1- Alcuino alla corte di Carlo Magno

CALCOLO DIGITALE E ABILITÀ COGNITIVE
“Il far di conto tra bricchi e porcellini”

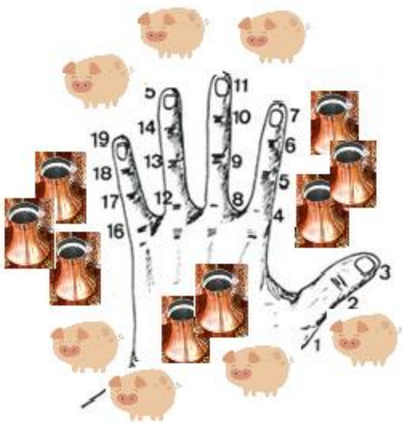
Autori

Classe 1°A : Alessandrini Elisa, Azzini Matteo, Baiguera Michele, Barbato Alessandro, Brighenti Nicole, Brunelli Marta, Canini Gaia, Chater Laila, Cremaschini Raffaello, Dore Vittoria, El Gueryny Samiha, Fappani Daniele, Ferro Elena, Hayat Kainat, Meini Marcello, Nervi Federico, Perego Agata, Pizzamiglio Alice, Prestini Bruno, Russo Giuseppe, Tomasoni Lorenzo, Ur Rehman Tayyab.

Classe 2°A: Barbieri Federico, Barbieri Irene, Bertoldo Elisa, Bertolini Luca, Cervati Elisa, Cominelli Marco, Diani Camilla, Diani Nicolas, Dotti Emanuele, Gazzina Alice, Halili Kristian, Kaur Jasmin, Luongo Erasmo, Margini Claudia, Masotti Daniele, Mian Zarnab Quamar, Pagliotti Federica, Prestini Lucrezia, Resconi Camilla, Rocca Garcia Julio, Schilirò Vincenzo, Triolo Sebastiano.

Classe 3°A: Abbiati Andrea, Alghisi Gabriele, Amighetti Fabio, Amighetti Vittoria, Baiguera Pietro, Bettoncelli Saleri Alessia, Bono Alberto, Cavalli Iacopo, Dasola Matteo, Ferrari Francesca, Ferro Andrea Giuseppe, Gala Matteo, Manzoni Christian, Mazzolari Elena, Piccinotti Matteo, Pizzetti Diego Giovanni, Seccamani Guido, Singh Jasmeet, Singh Mankirat, Staurenghi Andrea, Traversi Giorgia, Ur Rehman Aziz, Vedovelli Veronica, Viviani Denise, Zemri Nada.

Insegnante: Lucia Carini



Prefazione

Il presente lavoro è stato realizzato con le classi 1°A, 2°A, 3°A della Scuola Secondaria di Primo grado di Verolanuova (BS) con l’obiettivo di sviluppare quelle abilità cognitive e logiche e quindi le capacità d’uso dei loro saperi (il modo in cui le informazioni vengono selezionate, fatte interagire ed elaborate dagli studenti, il modo con cui le conoscenze acquisite vengono utilizzate per affrontare un compito cognitivo). Nel sviluppare il tema ”Problemi matematici e vita quotidiana nell’età di Carlo Magno”, ho dato una impostazione didattica, meno “*meccanizzata*”, basata sul valore del pluralismo e della sinergia tra conoscenze, competenze e capacità, cioè saperi analitico-critici.

E’ stato necessario dedicare un po’ di tempo alla storia della matematica, agli eventi che hanno portato Carlo Magno alla conquista del suo Impero, analizzando la situazione economica, culturale nonché la vita quotidiana di quei tempi. Successivamente è stato sottoposto ai ragazzi il libro di Alcuino di York, Giochi matematici alla corte di Carlo Magno, a cura di Raffaella Franci.

Figura 2- Copertina del libro

Ogni classe ha scelto due problemi.
La classe 1° : n. 41- La scrofa nel cortile e n.7 - Un piatto che pesa 30 libbre
La classe 2° : n. 12- Un padre e i suoi tre figli e n. 28 - Una città triangolare
La classe 3° : n. 29- La città rotonda e Il calcolo della Pasqua.

Questi problemi sono stati svolti dai ragazzi, prima singolarmente e poi in gruppo. Ognuno di loro illustrava la soluzione trovata, poi veniva discussa la validità delle varie soluzioni. Si è arrivati, infine, alla scelta delle soluzioni più appropriate. Durante il confronto delle soluzioni, venivano sottolineati vari aspetti quali il contesto quotidiano, le unità di misura, gli strumenti di calcolo di allora e quelli attuali. Le soluzioni sono state trovate utilizzando sia gli strumenti di allora che gli strumenti attuali.


Figura 3- Alcuino di York

Contesto storico: Carlo Magno (742-814) e il suo Impero

Figura 4- Carlo Magno

Figura 5 - Impero di Carlo Magno

ORGANIZZAZIONE DELL'IMPERO

Carlo M. divise il regno in COMITATI che affidò a CONTI.
I conti facevano da giudici nelle loro terre, riscuotevano le tasse per conto del re. Fornivano militari per le guerre.
I territori di confine divennero MARCHE o MARCHESATI ed affidati a marchesi con grandi poteri.

I re germani e franchi si circondavano di fedelissimi a cui davano terre in cambio di aiuto militare (vassalli).
Alla morte del vassallo, i feudi ritornavano in possesso dell'imperatore.

I vassalli erano sia religiosi che laici.
I vassalli maggiori avevano molto potere e potevano dividere le loro terre ed affidarle a vassalli minori che erano cavallieri al loro servizio e a quello dell'imperatore.

Carlo M. fornì istruzione ai suoi funzionari.
Aprì scuole nei monasteri e nelle cattedrali.
Nel suo palazzo si circondò di dotti e studiosi.
Sotto il suo impero nacque uno stile di scrittura più semplice e chiaro: La minuscola carolingia

Carlo M. riuniva i suoi vassalli e marchesi in una assemblea in cui Carlo leggeva le Leggi (capitolari) valide in tutto il regno.
Ogni anno Carlo M. inviava in tutto il suo impero dei MISSI DOMINICI con il compito di controllare l'applicazione delle leggi.

***Alcuino e la Scuola Palatina** – Il più duraturo e significativo sforzo di Carlo Magno fu lo sviluppo dell'istruzione nel suo regno, specialmente tra il clero. I monaci che copiavano i manoscritti sapevano appena leggere o comprendere i testi. I manoscritti del VII ed VIII secolo erano confusi e con molti errori nelle copie manuali. Carlo Magno incontrò a Parma lo studioso anglosassone **Alcuino (735-804) di York.** Carlo Magno convinse Alcuino a venire ad Aachen per progettare un curriculum di studi per la scuola palatina. Alcuino progettò un corso di studi per l'istruzione del clero e dei monaci basato sulle sette arti liberali: il trivio (grammatica, retorica, e dialettica) e il quadrivio (geometria, aritmetica, astronomia e musica). A partire dal IX secolo molti monasteri avevano sale dedicate alla scrittura o scriptoria dove venivano copiati i manoscritti medievali.*

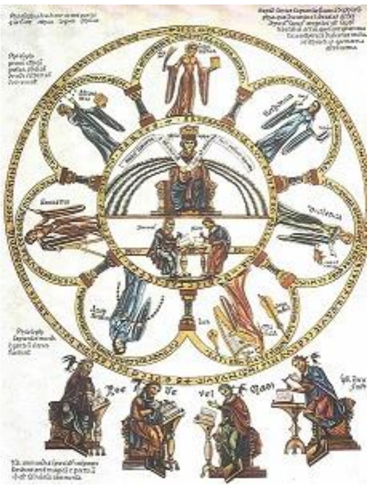


Figura 6 - Le sette arti liberali

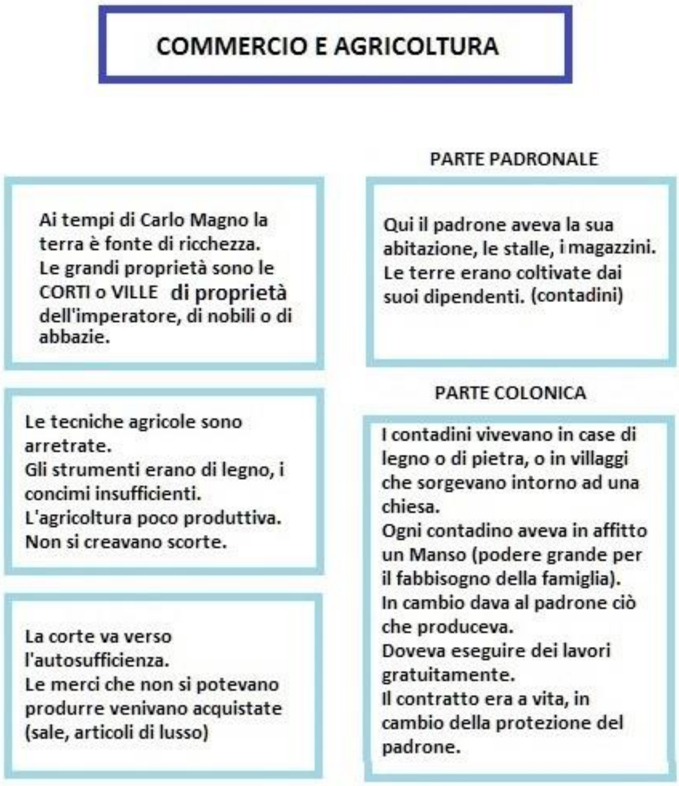


Figura 7 - Capanna medioevale

Figura 8 - Borgo medioevale

I Sistemi di numerazione

SISTEMI DI NUMERAZIONE

I **Sumeri** facevano uso dei due simboli equivalenti rispettivamente ai numeri 1 e 10. La numerazione da essi usata, detta cuneiforme, era di tipo additivo dall'1 al 59, mentre, dal 60 in poi era di tipo posizionale in base 60.

Il sistema di numerazione degli **Egizi** (4000 a. C.) si basava sull'utilizzazione di sette simboli, equivalenti ai numeri 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000. Questo tipo di numerazione era additivo e i simboli non potevano essere ripetuti più di nove volte.

I **Romani** costruirono un sistema di numerazione a base 10. Come simboli numerici usarono I; V; X; L; C; M. Il loro sistema era additivo

I **Greci** usavano nomi particolari per i primi dieci numeri, mentre per i successivi dall'11 al 19 usavano nomi composti. Un'eccezione era fatta per il numero 20, e poi riprendevano combinazioni analoghe alle precedenti. Nel III secolo a. C. venne introdotto un altro sistema di numerazione basato sulle 24 lettere dell'alfabeto ionico e da tre segni (stigma, coppa, sampi) provenienti da un alfabeto più antico. Nei manoscritti, per non confonderle con le normali lettere dell'alfabeto, unità, decine e centinaia erano accompagnate da un apice posto in alto a destra. Le migliaia erano indicate invece dalle lettere con un apice posto in basso a sinistra.

Il sistema dei **Maya** che aveva come base il 20 (somma delle dita delle mani e dei piedi). La conchiglia rappresentava lo zero, il punto indicava l'uno, la barretta il 5. Questo sistema era posizionale.

Il nostro sistema di numerazione decimale posizionale, basato sull'impiego di 10 cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, è stato inventato dagli indiani ai quali si deve l'introduzione dello zero che essi chiamavano sunya (nulla)

L'uso delle **calcolatrici** utilizza il sistema di numerazione a base 2. Per comporre un numero utilizza una serie di "0" e "1". I principi fondamentali su cui è basata l'aritmetica dell'elaboratore si devono al filosofo matematico G.W. Leibniz .Il sistema binario fu poi riutilizzato dal matematico George Boole (1815-1864) e costituisce la base degli attuali sistemi di programmazione. L'algebra booleana ed il sistema di numerazione binario operano entrambi su bit e costituiscono i supporti teorici che hanno consentito lo sviluppo dei sistemi digitali ed in particolare quello degli elaboratori numerici.

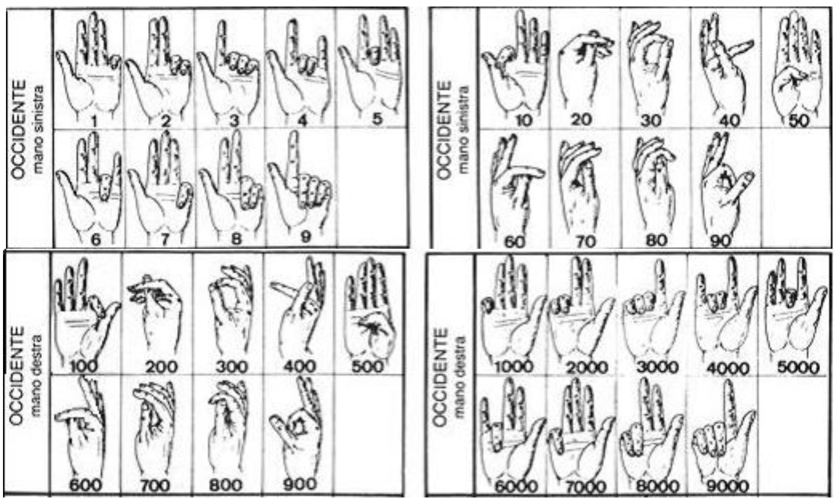


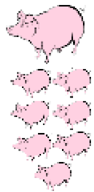
Figura 9 - Numerazione digitale

Numerazione digitale che i popoli latini praticavano (dall'antichità alla fine del Medioevo) e che permetteva, con gesti eseguiti sulle dita, di rappresentare i numeri da 1 a 10.000. La descrizione è stata redatta in latino dal Venerabile Beda.

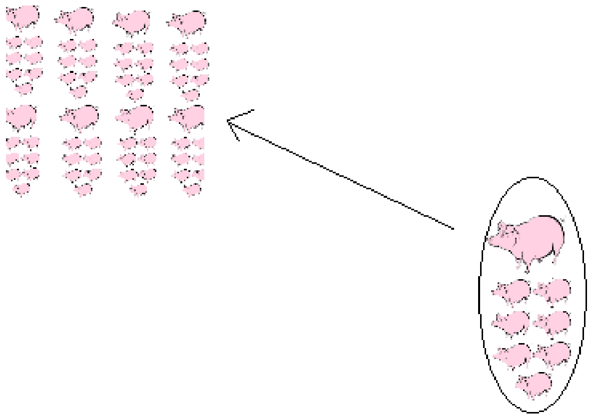
Problema n. 41 – La scrofa nel cortile.
In età carolingia prevaleva l'allevamento del bestiame minuto (maiali, pecore e montoni, capre) che poteva pascolare e trovare nutrimento nei boschi o in zone incolte. Nella discussione della soluzione alcuni ragazzi si sono posti il problema dell'assenza del verro e del numero (7) di maialini nati, esclusivamente femmine. Hanno effettuato una ricerca sull'allevamento del maiale (ancora in uso nei paesi della pianura padana). Da questa ricerca è emerso che il numero di porcellini nati da una scrofa è di 10-14 e che la scrofa partorisce due volte l'anno. Alcuino deve aver scelto il numero 7, come media di maialini femmine su una cucciolata di 10-14 suinetti. Da secoli, inoltre, si previene l'odore di verro mediante castrazione. Questa pratica consolidata prevede che si castrino i giovani suinetti all'età di una settimana.
Per calcolare il numero totale dei suini nati è stato utilizzato sia il calcolo digitale, sia l'abaco, sia il calcolo con la penna. Il problema è stato inoltre utile per introdurre il concetto di potenza.
I ragazzi hanno voluto riprendere, con la macchina digitale, la compagna che riassumeva alla lavagna i passaggi che portano alla soluzione del problema. Tale filmato, con estensione mov, è stato "allegerito" portandolo con estensione avi e messo in rete, creando un canale youtube con indirizzo: http://youtu.be/3Spy1QSfOp4

Un padre di famiglia costruì un nuovo recinto quadrangolare in cui mise una scrofa che partorì 7 porcellini nel mezzo del cortile, che insieme con la madre, che è l'ottava, ne partorirono 7 ciascuno per ogni angolo e la stessa scrofa con tutti i nati partorì di nuovo 7 porcellini nel mezzo del recinto. Dica, chi vuole, quanti porci furono insieme con le madri?

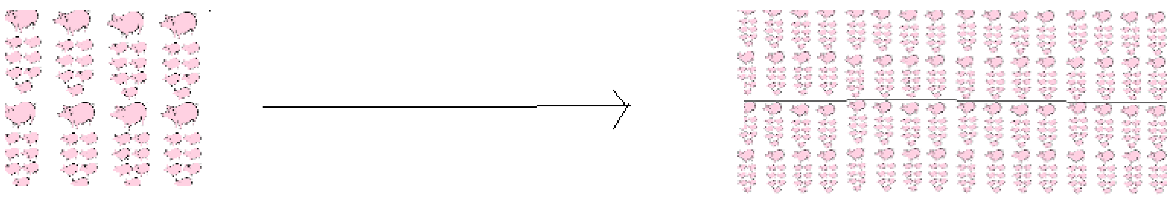
*Al centro del recinto una scrofa partorisce 7 porcellini che con la madre sono **8**.*



*Questi 8 maiali si spostano nel primo angolo del recinto e partoriscono altri 7 porcellini ciascuno (8X7=56 che aggiunti alle madri sono 64). **8x8***



*I 64 maiali, si spostano nel secondo angolo del recinto e ne partoriscono 7 ciascuno (64X7=448 che aggiunti alle madri danno 512 maiali). **8x8x8***



I 512 maiali si spostano nel terzo angolo del recinto e partoriscono 7 porcellini ciascuno (512x7= 3584 che con le madri fanno 4096) ***8x8x8x8***

512x 7 = 3584 +

512 =

4096

Questi 4096 maiali si spostano nel quarto angolo del recinto e partoriscono 7 porcellini ciascuno (4096x7=28672 che aggiunti alle madri fanno 32768). ***8x8x8x8x8***

4096x7 = 28672+4096=32768

4096

Questi 32768 si spostano nel centro del cortile e partoriscono 7 porcellini ciascuno (32768x7= 229376 che aggiunti alle madri sono 262144). ***8x8x8x8x8x8=*** 8^6

32768x7= 229376+32768=262144

4096x7=28672+4096=32768

Riflessioni didattiche.

I ragazzi hanno incontrato difficoltà nel calcolare il numero dei suini totali nati. L'errore di calcolo si è presentato già al secondo passaggio, quando gli 8 suini partorivano ognuno i 7 maialini. Al calcolo totale dei maialini nati non veniva tenuto in considerazione il numero delle madri generatrici. Dopo vari tentativi, errori di valutazione e analisi con attenta e guidata riflessione sono giunti alla soluzione corretta e alla comprensione del concetto di potenza.

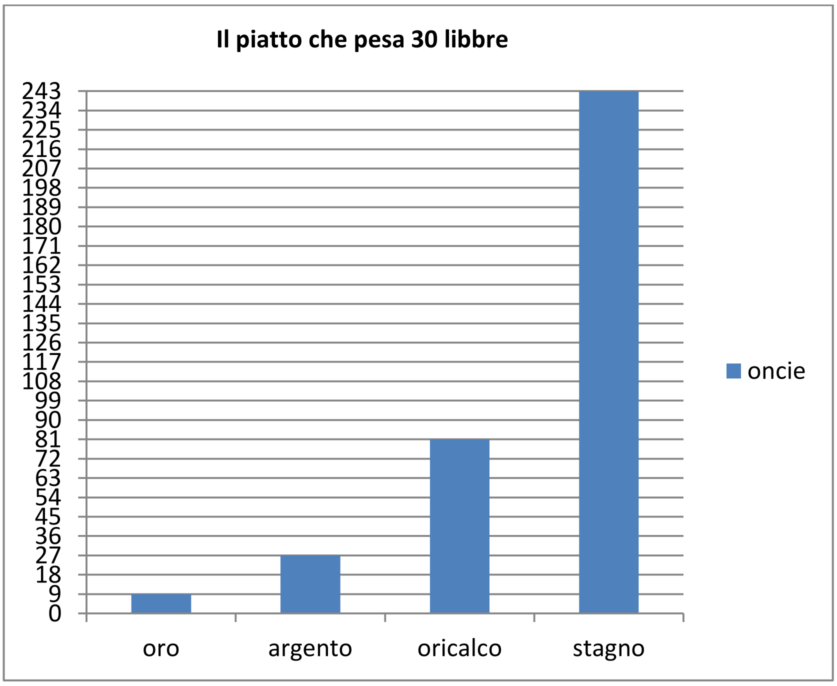
Problema N. 7 - Un piatto che pesa 30 libbre.

Ai tempi di Carlo Magno i piatti e i bricchi (contenitori di vino) dei ricchi erano di metallo e soprattutto di leghe d’oro, argento, oricalco (rame). I contadini benestanti (pochi) usavano vettovaglie in legno, e scodelle in legno per il vino. Il problema presenta unità di misura (libbre, oncie) diverse da quelle attuali. Nell'economia, Carlo Magno introdusse un nuovo sistema di pesi, (libbra romana = gr. 327,45), di misure (moggio = litri 5,2) e di monete (lira romana = 20 soldi). E’ un tipico problema di calcolo del peso e di matematica delle proporzioni. Il problema è stato rappresentato graficamente usando un grafico creato con Excel.

C’è un piatto che pesa 30 libbre, cioè 600 soldi, che è fatto di oro, argento, oricalco e stagno. La quantità dell’argento è 3 volte quella dell’oro, quella dell’ oricalco è 3 volte quella dell’argento, la quantità dello stagno è 3 volte quella dell’oricalco. Dica chi riesce quanto pesa ogni tipo di metallo?

Oro -
Argento - - -
Oricalco - - - I - - - I - - -
Stagno - - - I - - - I - - - I - - - I - - - I - - - I - - - I - - - I - - -

Se io considero la quantità di oro che non è nota uguale a 1, la quantità dell’argento è graficamente 3 volte maggiore di quella d’oro. La quantità dell’oricalco essendo 3 volte maggiore a quella dell’argento è di conseguenza nove volte maggiore di quella dell’oro. Lo stagno essendo tre volte maggiore dell’oricalco risulta ventisette volte più grande di quella dell’oro. Il piatto che pesa 30 libbre è costituito da 27+9+3+1=40 parti di peso uguali.
30 : 40 = 0, 75 libbre(oro)   0,75 x 3 = 2,25 libbre(argento)   2,25 x 3 = 6,75 libbre(oricalco)   6,75 x 3 = 20,25 libbre (stagno)
1 libbra = 12 oncie
30 libbre = 360 oncie
360:40 = 9 oncie (peso di una parte)
Quindi l’oro pesa 9 oncie, l’argento pesa 27 oncie, l’oricalco pesa 81 oncie e lo stagno 243 oncie.
27 + 3 + 9+ 1 = 40
9 oncie
9 oncie x 3 =27 oncie
27 oncie x 9 = 243 oncie
243 + 27 + 81 + 9 = 360 oncie
327,45 g = 1 libbra   30 libbre = 9,823 Kg
1libbra = 20 soldi =240 denari   30 libbre = 600 soldi = 7200 denari



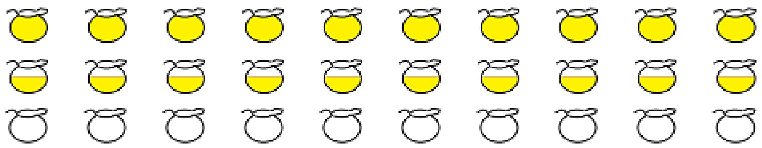
Riflessioni didattiche. Problema utile per sottolineare l’evoluzione dei vari sistemi di misura e peso. Non ha presentato particolari difficoltà nella soluzione. Inizialmente hanno utilizzato la libbra come unità di peso e non l’oncia. Nell’eseguire la divisione si sono accorti che la divisione dava un n° decimale (30 : 40 = 0,75) mentre usando le oncie (360: 40 = 9) la divisione dava un numero intero. Il calcolo della divisione, ai quei tempi, era molto problematico perché il sistema di numerazione era romano e il calcolo era digitale. Hanno, così, ritenuto conveniente usare un dividendo multiplo del divisore, cioè trasformare le 30 libbre in 360 oncie.

Problema N. 12 - Un padre e i suoi tre figli.

Problema di suddivisione di liquidi e ampolle. A quei tempi, soprattutto nelle zone del lago di Garda (in Italia) viti e ulivi erano le coltivazioni più frequenti. La pianura padana era ancora acquitrinosa o formata da zone incolte con alberi di querce, ontani, ecc. I contadini più poveri quando morivano, lasciavano in eredità ai figli qualche botticella di vino o ampolle di olio. La mortalità infantile era molto alta a causa delle condizioni igieniche scarse e di una alimentazione povera. Il numero dei figli era piuttosto alto ma pochi riuscivano ad arrivare in età adulta perché morivano prima dei cinque anni di vita (risulta quindi giustificato il numero 3 di figli).

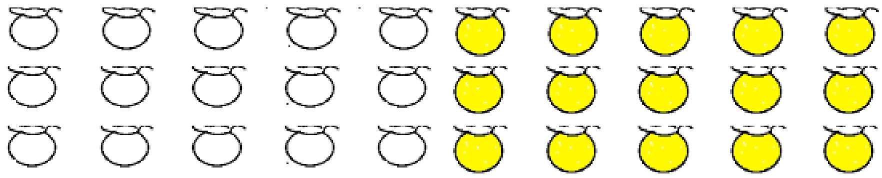
I ragazzi hanno risolto il problema esponendo tre soluzioni, fra le 5 possibili da loro trovate, e ritenute più "ovvie". Con Paint hanno raffigurato le ampolle di olio.

Un padre morendo lasciò in eredità ai suoi tre figli 30 ampolle di vetro, delle quali 10 erano piene d'olio, altre 10 a metà e altre 10 vuote; dividete l'olio e le ampolle in modo che ciascuno abbia la stessa quantità di olio e vetro.



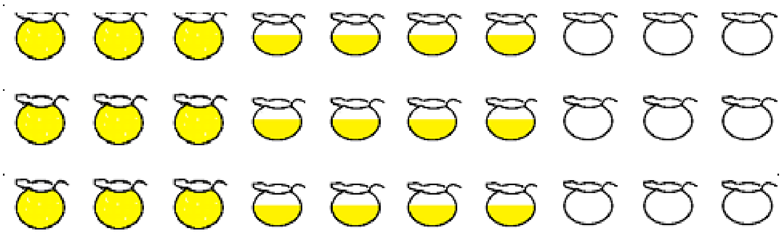
Soluzione n. 1

Delle 10 ampolle riempite a metà si prendono 5 ampolle e le si travasa nelle altre 5: si ottengono 15 ampolle piene che divise in parti uguali per i tre figli danno 5 ampolle piene a testa. Rimangono 15 ampolle vuote che divise in parti uguali ai tre figli danno 5 ampolle vuote a testa. Quindi ciascuno dei figli riceverà 5 ampolle piene e 5 vuote .



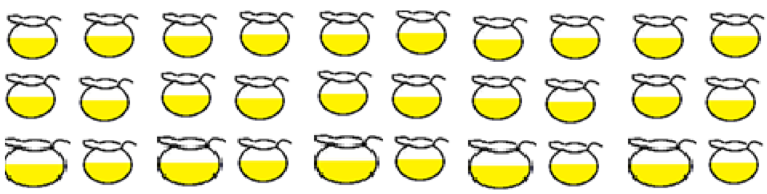
Soluzione n. 2

Si dividono le ampolle piene, quelle a metà e quelle vuote tra i tre figli: ognuno avrà 3 ampolle piene, 3 ampolle riempite a metà e 3 ampolle vuote.
Rimangono una ampolla piena, una vuota e una riempita a metà.
Con l'ampolla piena si travasa l'olio in 2 ampolle vuote per metà ottenendo così 3 ampolle riempite a metà, una per ciascun figlio.
Ognuno riceverà 3 ampolle piene, 4 ampolle riempite a metà e 3 ampolle vuote.



Soluzione n. 3

Con le 10 ampolle piene si riempiono a metà le 10 vuote: si ottengono 30 ampolle riempite a metà; queste vengono divise in parti uguali fra i tre figli. I figli riceveranno 10 ampolle, a testa, riempite a metà.



Riflessioni didattiche.

La soluzione del problema non ha creato alcuna difficoltà. Le tre soluzioni descritte sono state quelle che i ragazzi hanno definito più " immediate" e con meno travasi di olio. Hanno trovato altre soluzioni che hanno ritenuto troppo laboriose per i travasi da effettuare.

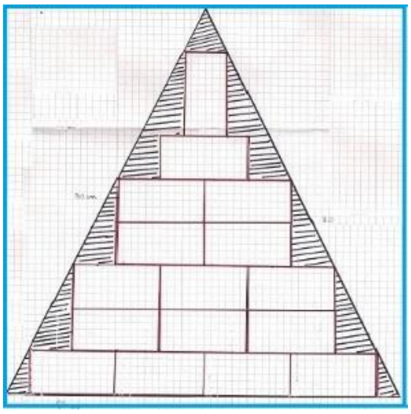
Problema N. 28 - Una città triangolare.

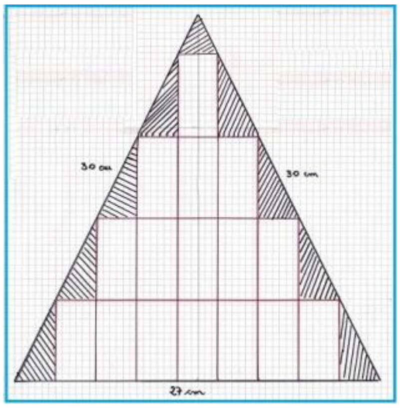
Problema di geometria pratica, relativo al calcolo di aree di figure piane, come il triangolo e il rettangolo e all’inserimento di rettangoli in triangoli. Emerge il concetto di figure equiestese. Anche in questo problema è stata sottolineata l’unità di misura di quel tempo: il piede, che corrisponde a circa 30 cm. E’ stato, dai ragazzi, notato come la misura delle abitazioni fosse piccola, così l’estensione delle città o dei borghi. Al tempo di Carlo Magno le abitazioni dei contadini erano di legno (poche quelle in pietra), il tetto in paglia e argilla e condivise con gli animali. Le case al massimo erano su tre piani, costituite da un unico vano, a cui si accedeva con scala esterna ripida. Le finestre erano piccolissime. Al centro della stanza c’era un focolare. Il pavimento era in terra battuta. Il problema è stato risolto sia dal punto di vista analitico che grafico. In generale è un problema di ricerca operativa nel quale non esistono soluzioni analitiche ma solo algoritmi la cui complessità di calcolo cresce esponenzialmente in funzione del numero di abitazioni da inserire.

C’è una città triangolare, che in un lato misura 100 piedi, nell’altro lato 100 piedi e di fronte 90 piedi. Vi voglio costruire case in modo che ogni casa sia lunga 20 piedi e larga 10 piedi. Chi è in grado, dica quante case devono essere contenute.

L’area del triangolo isoscele è equivalente all’area di un rettangolo avente come base la metà della base del triangolo e come altezza la stessa altezza.
E’ stata calcolata l’altezza del triangolo applicando il teorema di Pitagora, ottenendo che la misura dell’altezza è 89 piedi circa.
E’ stata calcolata l’area del rettangolo, che risulta di 4005 piedi quadrati.
Dividendo l’area del rettangolo per l’area di ogni singola casa (che è 20 piedi quadrati) si ottiene il numero di case che possono essere contenute nel rettangolo, cioè 20. <u>Il rapporto fra le dimensioni delle case è di 2:1</u>
In realtà non è possibile applicare tale procedimento alla costruzione di case in un’area triangolare: infatti il numero di case sopra ottenuto risulta eccessivo (il triangolo dovrebbero contenere 20 case ma al massimo può contenere 16 case).
La soluzione del problema è stata ottenuta graficamente, disegnando il triangolo isoscele in modo tale che a ogni quadratino di lato uguale ad un centimetro corrisponda un metro, dopo aver tramutato i piedi in cm.(riduzione in scala, scala 1:100)

1 piede = 30 cm circa
90 piedi = 2700 cm = 27 m
100 piedi = 3000 cm = 30 m
20 piedi = 600 cm = 6 m
10 piedi = 300 cm = 3 m
Rapportando in scala: 1 cm sul disegno = 1m
Il numero massimo di case è 16





Riflessioni didattiche.
Il problema è stato risolto inizialmente dal punto di vista analitico con soluzione: inserimento di 20 case. Nel tentativo di riportarle graficamente, i ragazzi si sono subito accorti che 20 case erano eccessive.
Alcuni alunni hanno sottolineato che nella formulazione del problema mancavano i dati relativi alle vie di accesso alle case, strade o vicoli, pur stretti, ma da tener in considerazione. Le case lungo il perimetro, le case centrali non hanno vie di accesso. Hanno voluto rappresentare il problema graficamente, ignorando lo spazio per le strade o vicoli. Sono giunti alla conclusione che al massimo si possono inserire 16 case.

Problema N. 29 - Una città rotonda.

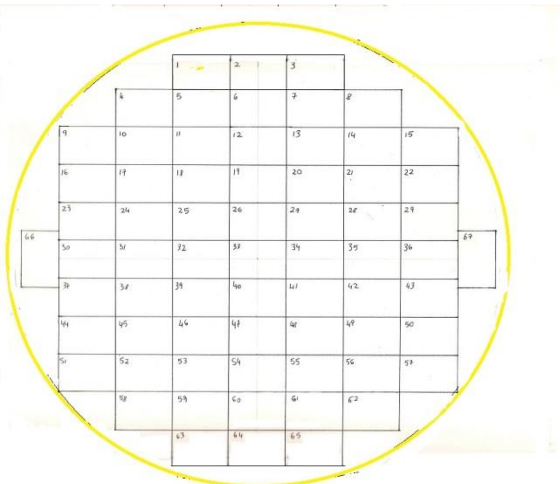
Questo problema è stato svolto dai ragazzi di terza. Problema di geometria dove compare la circonferenza e il numero π. Viene sottolineata l'approssimazione del π, di uso abituale nella geometria pratica carolingia sebbene fosse noto il valore di π approssimato 22/7, esatto fino alla seconda cifra decimale. I ragazzi sottolineano vari errori di calcolo e quindi di soluzione. Anche qui, dopo averlo risolto per via analitica giungono alla conclusione che la soluzione più corretta è quella grafica, senza tener conto delle strade. Viene inserito il grafico disegnato con matita, riga e compasso. Il disegno è stato scansito e poi ritoccato con Paint.

C'è una città rotonda che ha una circonferenza di 8000 piedi. Dica chi può, quante case deve contenere, in modo che ogni casa abbia una lunghezza di 30 piedi e una larghezza di 20 piedi.

Il rapporto fra la lunghezza e la larghezza delle case è di 3 a 2
La lunghezza della circonferenza è stata divisa secondo il rapporto 3 a 2, lo stesso rapporto fra le misure delle case.
Se divido la lunghezza della circonferenza in 5 parti uguali, la lunghezza di ciascuna parte è 1600 piedi.
1600 x 3 = 4800 piedi
1600 x 2 = 3200 piedi
Se considero un rettangolo isoperimetrico alla circonferenza, questo avrà le dimensioni di 2400 piedi e di 1600 piedi.
2400 : 30 = 80
1600 : 20 = 80
Quindi il numero delle case è 80x 80 = 6400

1) *Calcolo l'area del cerchio.*
C= 8000 piedi = 2 π r
r= 8000 piedi / 2 π = 1273,88 = ~ 1274 piedi
A= r x r x 3,14 = 1274 x 1274 x 3,14 = 1623076 x 3,14 = 5096458,64 ~ 5096459 pes
2) *Calcolo l'area del rettangolo*
A= bxh= 2400 x 1600 = 3840000 pes
3) *Calcolo l'area di ciascuna casa*
A case = 30 X 20 = 600 pes
4) *Divido l'area del rettangolo per l'area della casa*
3840000pes : 600pesz = 6400

L'area del cerchio è maggiore però dell'area del rettangolo e supera quest'ultima di circa 1256459.
Perciò il calcolo delle case è approssimativo.
Graficamente si è ottenuto un valore maggiore, qui sotto rappresentato.
Il numero delle case risulta 67 x 100 = 6700.



Riflessioni didattiche.

Riflessioni analoghe al problema della città triangolare. Cambia il rapporto delle dimensioni delle case: da 2:1 a 3:2. Nella città circolare le case hanno superficie maggiore! Molto probabilmente essendo l'estensione della città maggiore, le abitazioni erano più grandi perché più signorili.
Si passa da una superficie di 18 mq ad una superficie di 54 mq, 3 volte superiore. Anche qui il numero di case inserito non tiene conto di strade o vicoli.

Il **computus ovvero il calcolo della Pasqua.**

Subito dopo la caduta dell'Impero romano gran parte della matematica greca andò persa. Molte biblioteche, come quella di Alessandria, andarono distrutte. Nei primi secoli dopo la fine dell'Impero romano non ci fu quasi nessun progresso nel sapere matematico. Anche se la matematica faceva parte del Quadrivio, le nozioni matematiche studiate riguardavano soprattutto l'agrimensura. L'astrologia invece fu assimilata alla matematica. Nel periodo di Carlo Magno emerse un problema importante per la Chiesa: Il calcolo della Pasqua. Questo problema tenne vivo l'interesse per gli studi del calcolo: il computus. Uno dei principali esponenti fu il monaco **Beda** (672-735) che si dedicò al problema dando una soluzione e, per facilitare l'esecuzione dei calcoli, presentò una esposizione del calcolo digitale basato sulle 14 falangi di una mano, ossia 28 falangi delle due mani (le 28 falangi sono legate al ciclo di 28 anni). La classe terza ha voluto approfondire il problema del calcolo della Pasqua. Essendo l'argomento molto complesso, ho guidato i ragazzi nello studio e nella ricerca. Sono partita invitando i ragazzi a rispondere ad una serie di domande. Ponevo una domanda e loro rispondevano dopo aver fatto ricerche su Google, o sui libri a loro disposizione. Successivamente hanno voluto analizzare il problema con l'aiuto del computer, di Excel e di alcuni principi di programmazione. Utilizzando la formula creata da NiKolai Sandved, si sono divertiti ad inserire alcuni anni ed individuare in essi la data di Pasqua. Abbiamo messo in collegamento i due mondi del calcolo digitale: calcolo con le falangi di Beda e calcolo basato sui bit del calcolatore elettronico. I ragazzi hanno capito che il mondo basato sui bit è più complesso e richiede più conoscenze matematiche e maggiore studio.

Figura 10 - Beda il Venerabile

Questo quanto da loro rielaborato e di risposta alle mie domande.

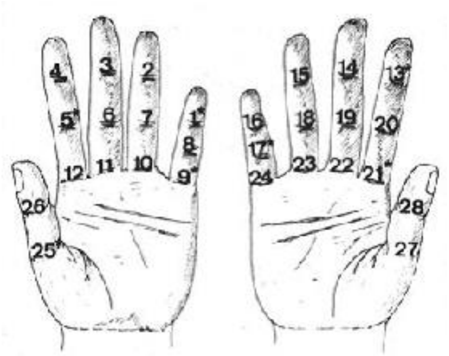
Cosa si intende per Calendario?
Il Calendario è un sistema per raggruppare le unità di misura del tempo di livello superiore e deriva da "calende" primo giorno del mese (giorno in cui all'epoca romana si pagavano i conti).

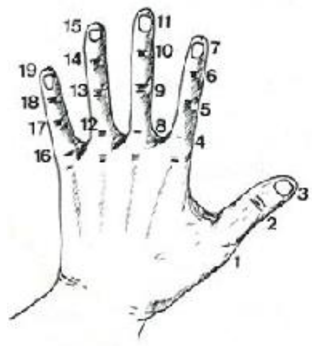
Quali sono le unità di tempo su cui si basano i calendari?
Le unità di tempo fondamentali su cui si basano i calendari sono:
la settimana che corrisponde alla durata di una singola fase lunare;
il mese che corrisponde alla durata di un ciclo completo di fasi lunari;
l'anno che corrisponde alla durata di un ciclo di stagioni, cioè a un periodo di rivoluzione della Terra intorno al Sole.

Che tipi di calendari sono stati creati?
I calendari solari *si fondano esclusivamente sulla durata della rivoluzione della Terra intorno al Sole, periodo che viene chiamato "anno"; l'anno generalmente è diviso in 12 mesi di durata variabile;*
I calendari lunisolari *si regolano sulla stessa durata dell'anno, ma cercano di far coincidere meglio i mesi e le lunazioni; in conseguenza ogni tanto si deve inserire un tredicesimo mese per rifasare l'anno solare con il ciclo lunare.*
I calendari lunari *regolano l'anno esclusivamente sul ciclo della Luna; in essi i mesi slittano continuamente rispetto alle stagioni.*

Quali sono i cicli astronomici che regolano i calendari?
I fatti astronomici che interessano il calendario sono i due movimenti che la Terra compie:
a) il movimento di rotazione su se stessa, che la Terra compie in senso antiorario intorno all'asse polare, la cui durata chiamiamo "giorno";
b) il movimento di rotazione intorno al Sole che la Terra effettua su un'orbita ellittica, la cui durata chiamiamo "anno".
Gli assi delle due rotazioni sono inclinati tra loro di 23° 27'; dello stesso angolo sono inclinati tra loro i piani dell'equatore terrestre e dell'orbita ellittica su cui gira la Terra. L'inclinazione dei due assi di rotazione causa il succedersi delle stagioni, poiché a seconda della posizione della Terra sulla sua orbita annuale, il Sole illumina e riscalda in maggior misura l'emisfero nord o quello sud del pianeta.
Mettendo in relazione questi due movimenti della Terra, si sa quanti giri essa fa durante un'intera rivoluzione intorno al Sole, cioè "365 giorni, 5 ore, 48 minuti e 46 secondi
Ma qual è l'origine del nostro calendario?
Il calendario a Roma stabilito da Romolo e poi corretto da Numa Pompilio, era di carattere lunare e si basava su un anno civile che durava 355 giorni corrispondenti a 12 lunazioni; per rifasarlo sull'anno solare ogni tanto si inseriva un mese intercalare della durata di una ventina di giorni, secondo calcoli che i sacerdoti facevano in modo del tutto approssimato.
Con il passare degli anni si ebbe un sfasamento tra calendario e astronomia e, Giulio Cesare, assistito dall'astronomo alessandrino Sosigene , nel 46 a.C. decise di riporre le stagioni in fase con il calendario.

Il calendario giuliano considera la durata dell'anno solare pari a 365d 6h; facendo durare l'anno civile 365 giorni. Ogni anno trascorso accumula rispetto all'anno solare un ritardo di 6 ore. Introducendo un giorno in più ogni 4 anni, il ritardo viene colmato. La caratteristica peculiare è l'introduzione dell'anno bisestile, della durata di 366 giorni, ogni 4 anni. Sono bisestili gli anni divisibili per 4.
Il calendario giuliano introduceva però un nuovo errore nella misura del tempo, perché considerava la durata dell'anno solare pari a 365d 6h, cioè 11m 14s in più dell'anno solare vero. Ogni anno civile, trascorso dall'introduzione del calendario giuliano, iniziava con i 11m 14s di ritardo rispetto all'anno solare. Intorno al 525, ***Dionigi il Piccolo*** *ricevette dal cancelliere papale l'incarico di elaborare un metodo matematico per prevedere la data della Pasqua. Dionigi trovò che nel calendario giuliano le date della Pasqua si ripetono ciclicamente ogni 532 anni, e compilò una tabella che conteneva l'elenco delle date lungo tutta la durata di tale ciclo.* ***Beda****, nel 703d.C., monaco inglese, insegnante e studioso scrisse il Liber de temporibus, nel quale confermava il sistema di Dionigi il Piccolo per la determinazione della Pasqua. Nel 725 scrisse anche una versione più lunga, De temporum ratione, dove calcolava la ricorrenza della Pasqua, fino al 1063. La tabella di Dionigi venne adottata ufficialmente e fu usata dalla Chiesa cattolica fino alla riforma gregoriana del calendario nel 1582. Col tempo il ritardo del calendario civile rispetto a quello solare è andato aumentando fino a giungere, nel XVI secolo, a circa 10 giorni. Nel 1582, infatti l'equinozio di primavera cadeva l'11 marzo, invece che il 21 marzo. In conseguenza la Chiesa (Papa Gregorio XIII) iniziò una serie di studi per correggere questa anomalia liturgica: Il Calendario gregoriano.*





Un metodo di conto usato dal monaco anglosassone Beda detto il Venerabile (673-735) usato per i calcoli relativi all'anno solare. Tale computo manuale aveva lo scopo di determinare la data della Pasqua. Il conteggio considera sempre le 28 falangi delle due mani. il metodo serviva per considerare i ventotto anni consecutivi del ciclo solare del calendario giuliano coi suoi periodi bisestili; l'asterisco indica con precisione ciascuno di essi. A destra rappresentazione del conto su una sola mano dei diciannove anni del ciclo lunare.

Che cosa è la Pasqua*?*
Nel mondo cristiano, la Pasqua è la celebrazione della morte e risurrezione di Gesù .

Quando è la Pasqua?
La domenica di Pasqua è la prima domenica dopo la prima luna piena o dopo l'equinozio di primavera.

Come si calcola la Pasqua?
Il calcolo della Pasqua è complicato perché legato a una versione inesatta del calendario ebraico.
Gesù è stato crocifisso immediatamente prima della Pasqua ebraica, che è una celebrazione dell'esodo dall'Egitto sotto Mosè. Celebrazione della Pasqua inizia il 15 ° giorno del mese di Nisan (primavera). I Mesi ebraici cominciano quando la luna è nuova, quindi il giorno 15 del mese deve essere subito dopo la luna piena. Si è quindi deciso di fare la domenica di Pasqua la prima domenica dopo la prima luna piena, dopo l'equinozio di primavera. L'equinozio di primavera ufficiale è sempre 21 marzo. La luna piena ufficiale può differire dalla reale luna piena di uno o due giorni.
La luna piena che precede la Pasqua è chiamata la luna piena pasquale. Due concetti giocano un ruolo importante nel calcolo della luna piena pasquale: il Numero Aureo e l'Epatta.

Cosa è il numero d'oro?
Ad ogni anno è associato un numero d'oro .
Considerando che il rapporto tra le fasi lunari ed i giorni dell'anno si ripete ogni 19 anni è naturale associare un numero compreso tra 1 e 19 con ogni anno. Questo numero è il cosiddetto Numero d'oro : N = (anno mod 19) + 1

Come si fa a calcolare la Pasqua allora?
Secondo il calendario giuliano il metodo era semplice. Se si conosce il numero d'oro dell'anno, è possibile trovare la data di luna piena da questa tabella:

Numero d'Oro	Luna piena	Numero d'Oro	Luna piena	Numero d'Oro	Luna piena
1	5 Aprile	8	18 Aprile	15	1 Aprile
2	25 Marzo	9	7 Aprile	16	21 Marzo
3	13 Aprile	10	27 Marzo	17	9 Aprile
4	2 Aprile	11	15 Aprile	18	29 Marzo
5	22 Marzo	12	4 Aprile	19	17 Aprile
6	10 Aprile	13	24 Marzo		
7	30 Marzo	14	12 Aprile		

La domenica di Pasqua è la prima domenica dopo la data di luna piena. Se la luna piena cade di domenica, la domenica di Pasqua è la domenica successiva. Nel calendario giuliano, l'epatta è l'età della luna al 22 marzo.

Che relazione c'è tra Epatta e Numero d'oro?
Secondo il calendario giuliano, 19 anni sono stati assunti per essere esattamente un numero intero di mesi sinodici
Epatta = [11 × (numero d'oro - 1)] mod 30
*Se questa formula produce zero, l'epatta è per convenzione spesso indicato con il simbolo * e il suo valore è 30.*
Ci sono solo 19 possibili numeri d'oro e l'epatta può avere solo 19 valori diversi: 1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 22, 23, 25, 26, 28, e 30.

Con quale frequenza le date di Pasqua sono ripetute?
La sequenza delle date di Pasqua si ripete ogni 532 anni nel calendario giuliano. Il numero 532 è il prodotto dei seguenti numeri:
19 (il ciclo metonico o il ciclo del Numero d'Oro), e 28 (il ciclo solare).

Riflessioni didattiche.

Questo problema è stato affrontato perché, più degli altri, ha coinvolto diverse discipline (storia, religione, astronomia, matematica) e soprattutto ha coinvolto sensibilmente i ragazzi di etnia e religione diverse (calendario islamico).

E' scaturito in modo del tutto naturale il confronto fra calendario cristiano e islamico e così la constatazione che il problema del calendario è stato affrontato, non solo dalla Chiesa cattolica, per il calcolo della Pasqua, ma anche da altri popoli fin dall'antichità.

Il Calendario Islamico è esclusivamente lunare, si compone di dodici mesi che corrispondono ad ogni lunazione e sono perciò di 29 giorni a cui, essendo una lunazione pari a 29,5 giorni, vengono intercalati mesi di 30 giorni per un totale di 354 giorni all'anno. La data d'inizio del mese parte da quella di visibilità della prima falce lunare, subito dopo la Luna Nuova. Gli anni sono contati a partire dall'Egira, 622 D.C., anno che commemora il trasferimento di Maometto dalla Mecca a La Medina. L'inizio di ogni nuovo giorno decorre dal tramonto del Sole.

Altra motivazione scaturita è che nel nostro paese, ancor oggi, la vita quotidiana-lavorativa dei contadini è influenzata dalle fasi lunari (semina, potatura, travaso vino, ecc.).

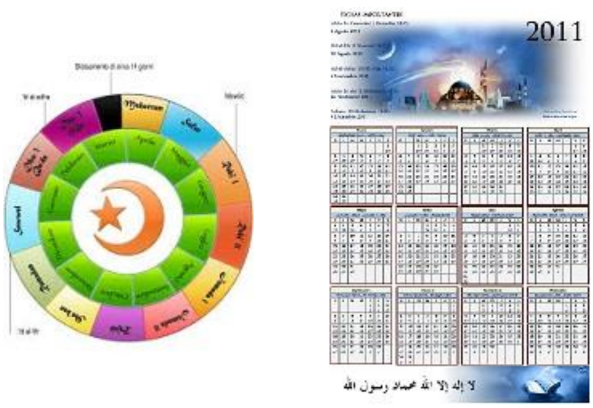


Figura 11 - Calendario Islamico

Calcolo della data di Pasqua con Excel (si allega file excel, pasqua.xls)

Le date dei giorni festivi possono essere **date fisse** (esempio: Natale o ferragosto) e **date variabili** (es: Pasqua)
Calcolare la data esatta di un giorno festivo come Natale è semplice e si può fare inserendo la seguente formula in una cella:
= DATE(YEAR(NOW());12;25)
Il calcolo di una **data variabile** è invece complicato e dipendente da un algoritmo. L'algoritmo esatto per il calcolo della data del **giorno di Pasqua** in ogni anno del calendario gregoriano è estremamente complesso. La Pasqua infatti è definita come "la domenica successiva al primo plenilunio dopo l'equinozio di primavera (21 marzo). Ci sono due principali metodi di calcolo della data esatta di Pasqua. Il primo metodo è semplicissimo da implementare e basato su **funzioni interne di Excel** (senza macro/VBA) e funziona per gli anni dal 1900 al 2078. Assumendo che l'anno (ad esempio il 2009) di cui si voglia calcolare la data di Pasqua sia nella cella A1, per calcolare la data di Pasqua basterà usare la seguente funzione:
=FLOOR(DATE(A1;5;DAY(MINUTE(A1/38)/2+56));7)-34
Per avere una data più precisa e cioè una data che vada bene per ogni epoca temporale del calendario gregoriano e giuliano invece ci si dovrà affidare ad un calcolo fatto con una macro VBA. A tal proposito è stata trovata e applicata questa macro:
Codice in Visual Basic della formula per il calcolo della Pasqua.

```
Public Function DataPasqua(ByVal strAnno As String) As Date
    '*****************************************************************************
' Macro creata il 2003-03-24 da Nikolai Sandved (nsaa@pvv.org)
' Ritorna la data della Pasqua a partire dall'anno
'
' Input:
'   strAnno - Anno (dovrebbe essere corretto il calcolo tra il 532 e il 4000 approssimativamente)
'
' Output:
'    DataPasqua - Ritorna la data della Pasqua a partire dall'anno'
'Basato sulla formula del Calendario
'http://www.tondering.dk/claus/cal/easter.php
'
'
'*****************************************************************************
  'Definisci le variabili locali
  Dim intAnno As Integer 'Anno
  Dim intOro As Integer 'Numero d'oro - 1
  Dim intEpatta23 As Integer '23-Epatta (modulo 30)
  Dim intPFluna As Integer 'numero di giorni da 21 di marzo fino alla'luna piena di Pasqua
  Dim intPFlunaGiornoSettimana As Integer '0=domenica, 1=lunedì
  Dim intPFlunaDomenica As Integer 'domenica prima della luna piena di pasqua '(tra -6 e 28)
  Dim intMesePasqua As Integer 'mese della pasqua
  Dim intGiornoPasqua As Integer 'giorno della pasqua
  Dim intSecolo As Integer 'secolo dell'anno
        'Converti input strAnno a intero
        intAnno = CInt(strAnno)
        'il numero d'oro meno 1
        intOro = (intAnno Mod 19)
        ' le date Gregoriane della Pasqua sono calcolate dal 1583
        '(prima domenica di Pasqua dopo l'introduzione del calendario Gregoriano),
        'le date Giuliane della Pasqua dal 532  (inizio delle tavole pasquali di Dionysius Exiguus)
         If (intAnno <= 1583) Then
           '/*CALENDARIO GIULIANO  */
           ' Il Calendario Giuliano, introdotto da Giulio Cesare nel 45 prima di Cristo,
           'aveva i mesi dell'anno sempre uguali di anno in anno salvo un sesto giorno intercalato (bisesto)
           ' nel mese di febbraio ogni quattro anni
           intPFluna = (19 * intOro + 15) Mod 30
           intPFlunaGiornoSettimana = (intAnno + (intAnno \ 4) + intPFluna) Mod 7
        Else
           '/* GREGORIAN CALENDAR */
           intSecolo = intAnno \ 100
           intEpatta23 = (intSecolo - intSecolo \ 4 - (8 * intSecolo + 13) \ 25 _
              + 19 * intOro + 15) Mod 30
           intPFluna = intEpatta23 - (intEpatta23 \ 28) _
              * (1 - (29 \ (intEpatta23 + 1)) * ((21 - intOro) \ 11))
           intPFlunaGiornoSettimana = (intAnno + (intAnno \ 4) + intPFluna + 2 _
              - intSecolo + (intSecolo \ 4)) Mod 7
        End If
        intPFlunaDomenica = intPFluna - intPFlunaGiornoSettimana
        intMesePasqua = 3 + ((intPFlunaDomenica + 40) \ 40)
        intGiornoPasqua = intPFlunaDomenica + 28 - 31 * (intMesePasqua \ 4)
        DataPasqua = DateSerial(intAnno, intMesePasqua, intGiornoPasqua)

        End Function
```

Bibliografia

Alcuino di York, Giochi matematici alla corte di Carlomagno, Problemi per rendere acuta la mente dei giovani, a cura di Raffaella Franci, Edizioni ETS, Pisa 2005

George Gheverghese Joseph, C'era una volta un numero, La vera storia della matematica, Il Saggiatore, Milano, 2003

Carl B. Boyer, Storia della Matematica, Arnoldo Mondadori Editore Mondadori, Milano, 1980

B.H. Slicher Van Bath, Storia Agraria dell' Europa Occidentale, Giulio Einaudi Editore, Torino, 1972

Indro Montanelli, Storia d'Italia 476-1250, Corriere della Sera, Milano, 1965

A. Cappelli, Cronologia e Calendario perpetuo, Ulrico Hoepli, Milano, 1978

Vito Fumagalli, Quando il cielo s' oscura, il Mulino, Bologna, 1987

Vito Fumagalli, L'alba del Medioevo, Il Mulino, Bologna, 1993

Sitografia

Celeritas - "Storia della matematica"- Dagli Egizi al ventesimo secolo
http://www.youtube.com/watch?v=ainQ5NBRNhg, agosto, 2013

http://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/info/CapitoloPrimo/Alcuino/Img/image007.png

http://www.itinerarimedievali.unipr.it/

http://it.wikipedia.org/wiki/Urbanistica_medievale

http://it.wikipedia.org/wiki/Storia_dei_numeri

http://www.sapere.it/enciclopedia/calend%C3%A0rio.html

http://utenti.quipo.it/base5/alcuino/alcuindovinello.htm

http://www5.indire.it:8080/set/informazione/didattica/A3/S0809/panoramica.html

http://www.treccani.it/scuola/tesine/papato_e_cultura_nei_secoli/4.html

http://areeweb.polito.it/didattica/polymath/html

www.academia.edu/4062446/Architettura_monastica_in_Italia_dagli_inizi_allepoca_di_Carlo_Magno

http://www.unirc.it/documentazione/materiale_didattico/597_2010_253_9633.pdf

http://calendario.eugeniosongia.com/

http://storiaepolitica.forumfree.it/?t=39638380

http://storiadigitale.zanichellipro.it/storiadigitale/percorso/46/l-europa-carolingia

http://www.dti.unimi.it/citrini/Tesi/r9/app6.html

http://areeweb.polito.it/didattica/polymath/ICT/Htmls/Argomenti/Infoe/InfoeDita/Dita.htm

http://it.wikipedia.org/wiki/Beda_il_Venerabile

http://it.livroseafins.com/ilustracoes-trivium-e-quadrivium/

Sommario