

Un percorso didattico di insegnamento/apprendimento

• sul concetto di funzione

(Una esperienza realizzata al primo anno del liceo scientifico OSA)

Maria Gabriella Sgueglia

Liceo statale S. Pizzi di Capua

- **Durata:** circa 14 h (due settimane di lezioni)
- **Scopo:** condurre gli studenti all'acquisizione consapevole e condivisa del concetto di funzione, della necessità e dell'utilità del linguaggio matematico
- **Metodologia:** scoperta guidata attraverso il coinvolgimento diretto degli studenti, da situazioni concrete a situazioni astratte
- **Mezzi:** motion-detector, LIM, sw Geogebra

Il lavoro presentato e le indicazioni nazionali

- Uso costante del laboratorio per l'insegnamento delle discipline scientifiche
- Uso di strumenti multimediali a supporto dello studio
- Uso di strumenti di rappresentazione per la modellizzazione
- Necessità di fornire agli studenti una visione unitaria del sapere (*il linguaggio delle funzioni come concetto matematico ed il contemporaneo studio della fisica*)
- Esigenza di coniugare matematica e realtà

Quali le motivazioni

Per il docente

- Perdita di legame fra l'ente matematico che si insegna a manipolare e l'esigenza legata alla sua costruzione (la sua valenza scientifica)

Per gli studenti

- Disorientamento a servirsi degli strumenti acquisiti negli opportuni contesti
- Senso di frustrazione quando gli studenti sono posti di fronte a situazioni di problematizzazione, di modellizzazione di interpretazione, nonostante siano stati dotati di una cassetta di attrezzi molto ben fornita

Matematica e realtà

Molti oggetti matematici nascono dall'esigenza reale di *descrivere, costruire, misurare, prevedere*



Subiscono una fase di distillazione e trasformati in strumenti astratti (utili in altri contesti)



Sono inquadrati infine in una infrastruttura teorica (anche di tipo assiomatico deduttiva)

Pratica didattica

(vettori, funzione, calcolo letterale, calcolo differenziale...)

Realtà e matematica

La realtà è complessa !

Occhiali giusti per guardare

Dimensioni delle grandezze

Individuare le grandezze

Misurare le grandezze

Inquadrare tutto all'interno di un modello

Elaborare i dati grezzi

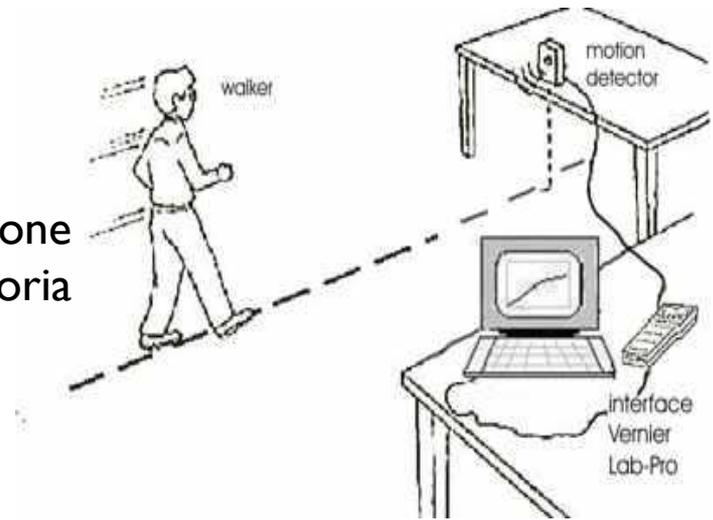
Errore di misura

Verifica del modello

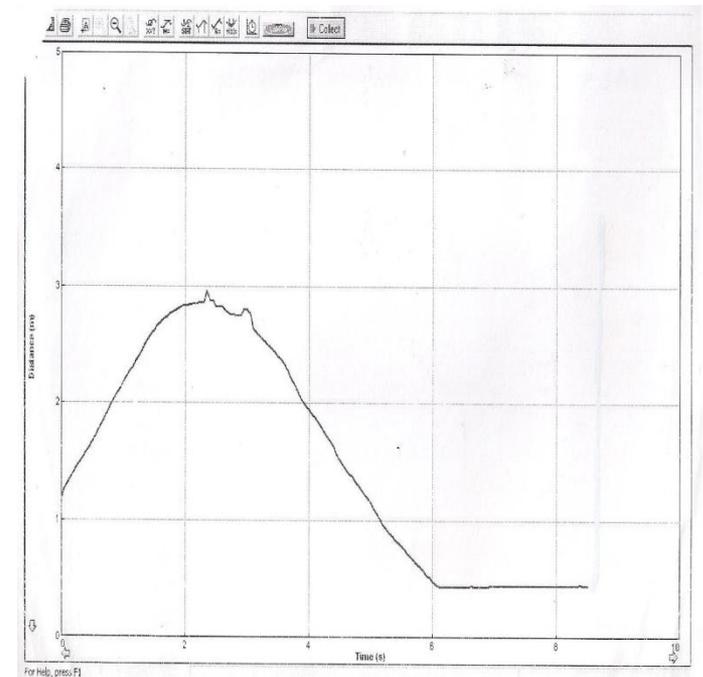
- Sovrapposizione *distruttiva* fra concetti matematici e loro rappresentazione
- **Utilità** di lavorare con dati già elaborati e messi in formato da interpretare

Il Motion-detector

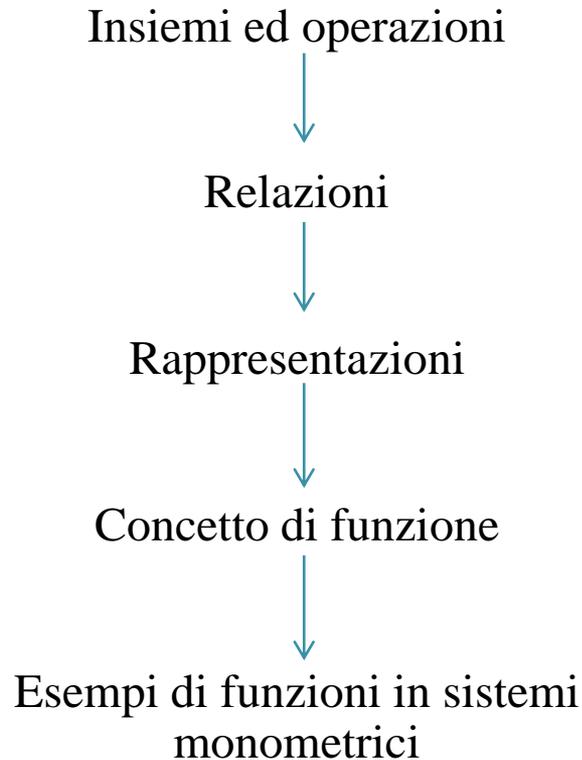
- Sonar che elabora in tempo reale la posizione di un oggetto che si muove su traiettoria rettilinea nel suo cono di rilevazione



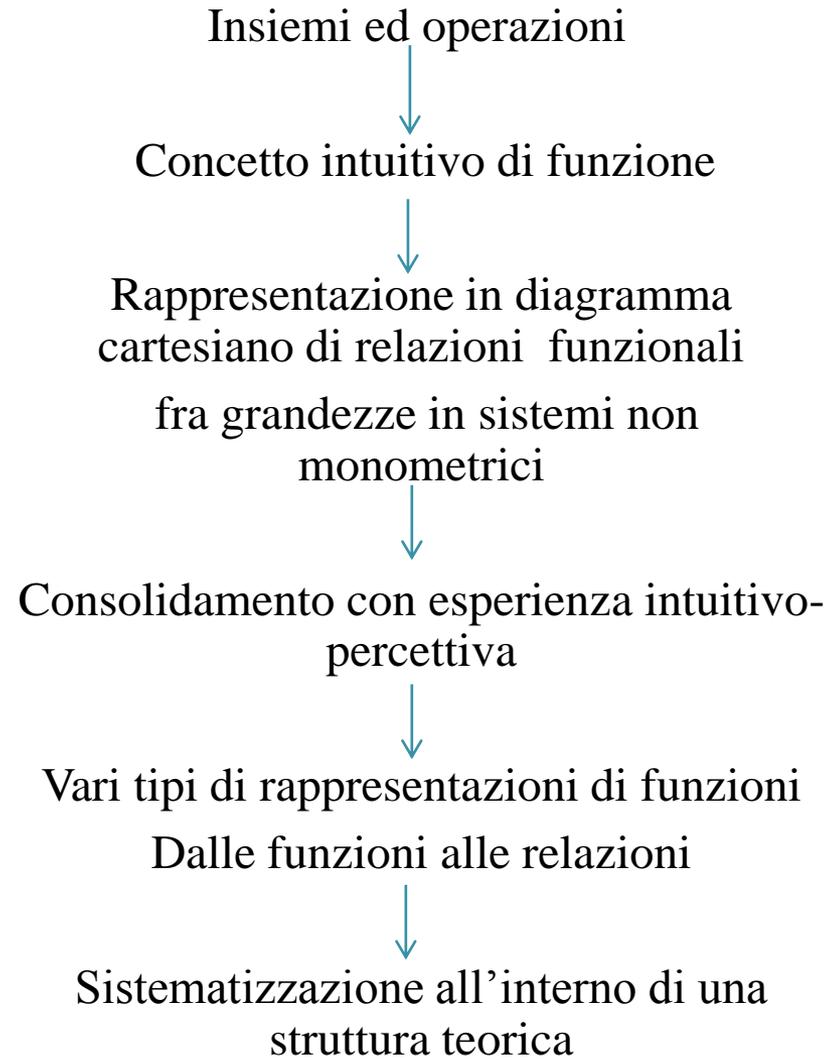
- Rappresentazione della legge oraria

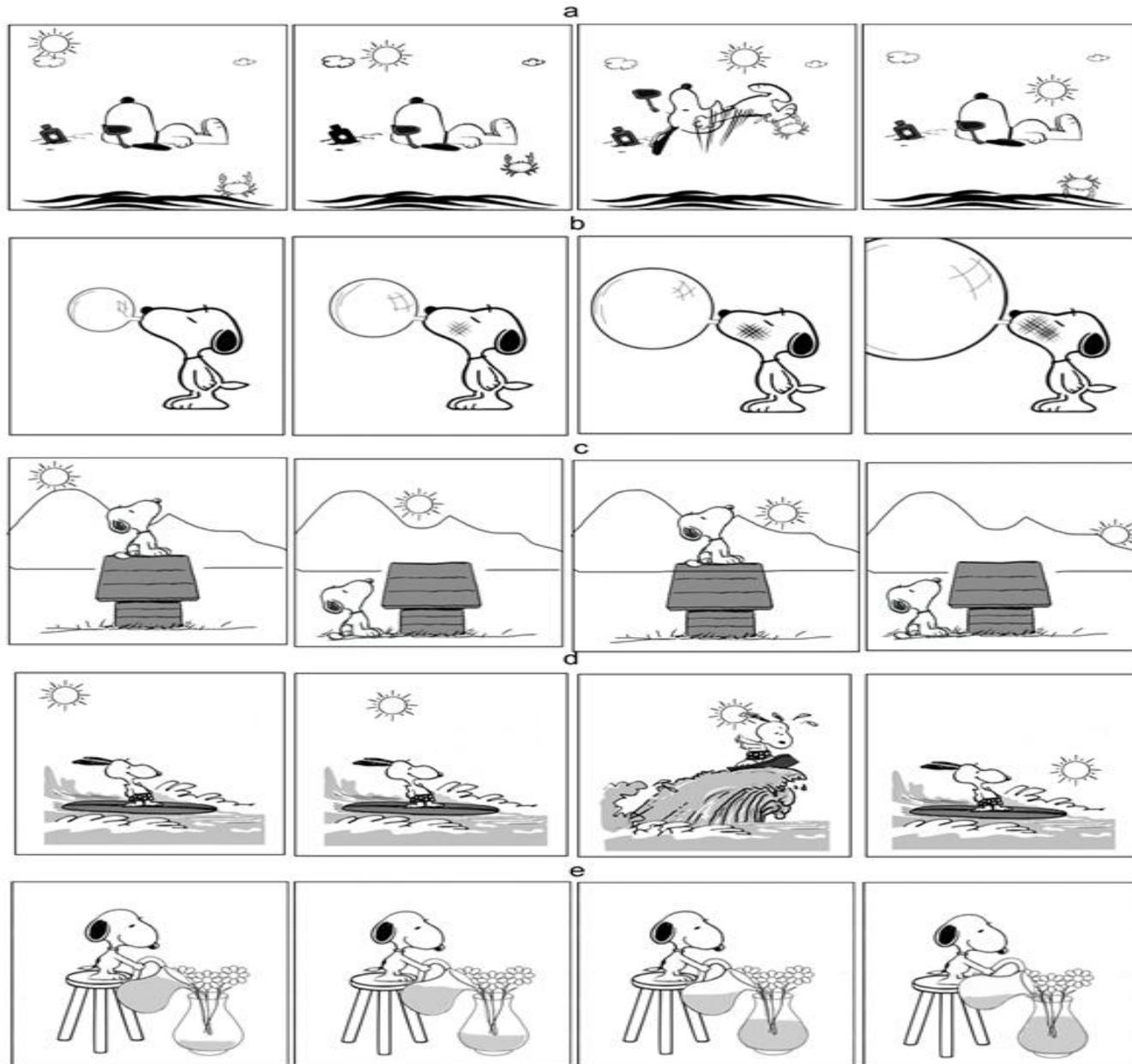


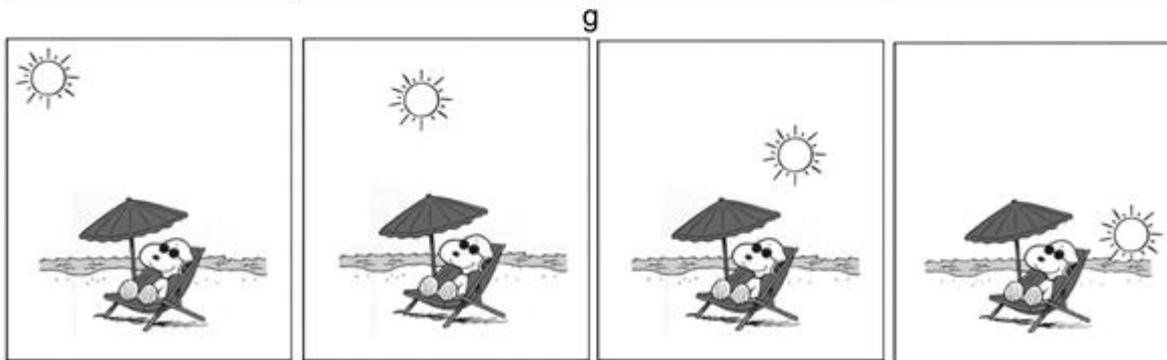
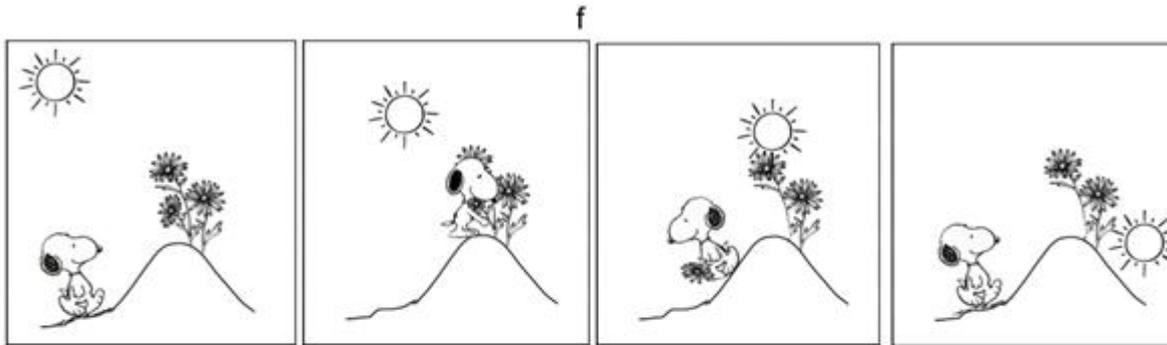
Percorso standard



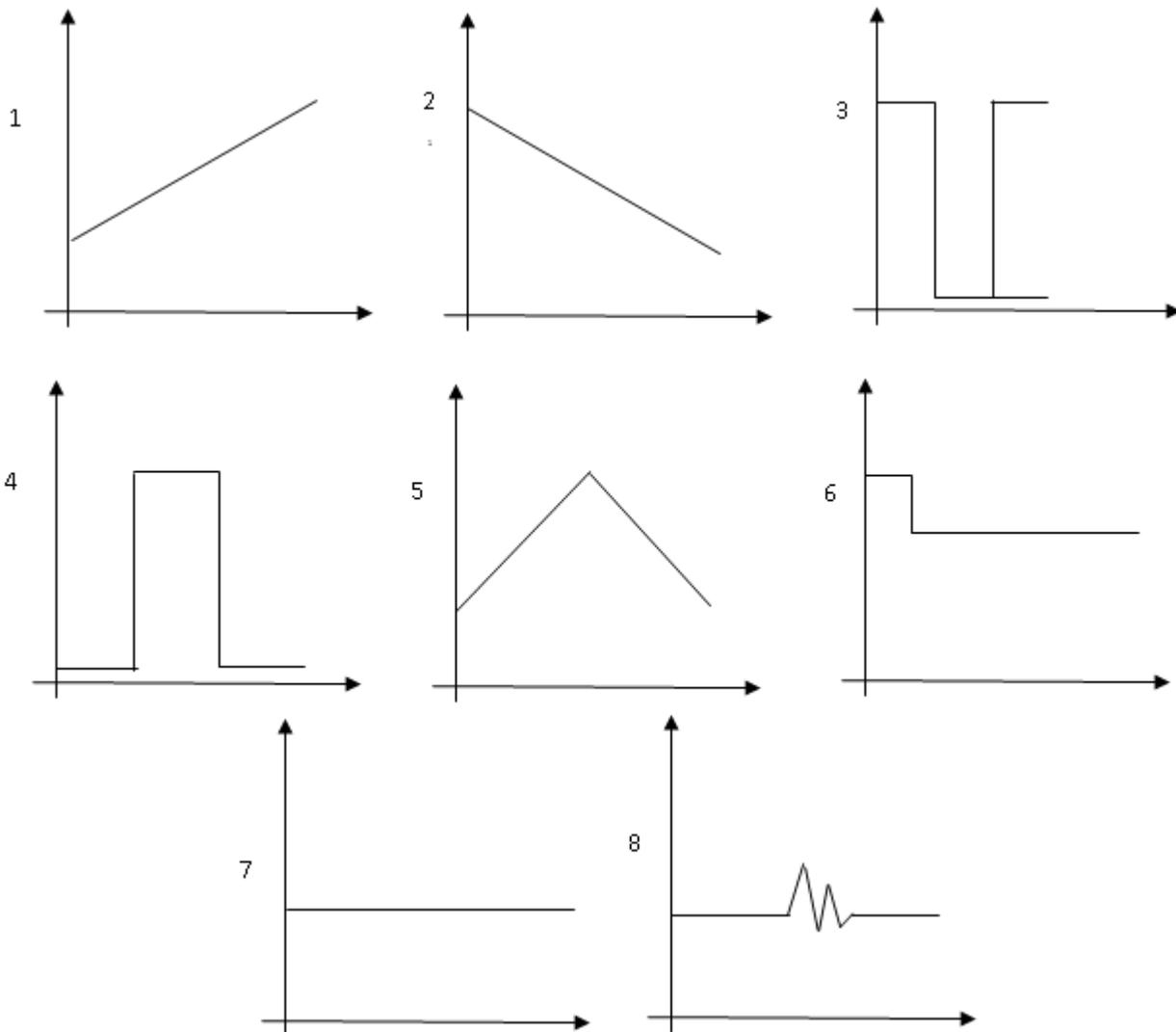
Percorso seguito







I diagrammi



Fase 1

Dall'intuizione alla razionalizzazione del concetto di funzione

- ❑ Presentazione di una serie di storie e di diagrammi *muti*
- ❑ Associazione intuitiva fra storia e diagramma
 - L'associazione non sarà univoca
 - Dipende da cosa si guarda
 - Dipende da cosa si mette in relazione
- ❑ Richiesta di motivare la scelta effettuata
 - Argomentare in base alla scelta
 - Valutare criticamente le scelte altrui
- ❑ Richiesta di esplicitare in forma scritta le argomentazioni
 - Spiegare in linguaggio semplice ma rigoroso
 - Guidare gli studenti all'uso dei termini **a parità di, in funzione di, al variare di**
 - Tarare i diagrammi
- ❑ Sistemizzare i risultati (dal particolare al generale)
 - Definire dominio e codominio
 - Definire variabile dipendente ed indipendente
 - Introdurre il formalismo di dipendenza fra variabili $f() = ()$

Fase 2

Dalla percezione alla razionalizzazione

- ❑ Gli studenti si muovono davanti al sonar
 - Raccontano il loro movimento e confrontano quantitativamente con il diagramma (linguaggio naturale, linguaggio formale)
 - Riproducono diagrammi dati o movimenti raccontati da altri (feedback immediato del circuito ipotesi-verifica-nuova ipotesi)

- ❑ Gli studenti stampano i grafici delle loro *camminate*
 - Descrivono quantitativamente con le parole chiave all'aumentare (al diminuire) di ... è aumentato (diminuito), è rimasto costante, spazio fisico, spazio matematico, traiettoria, legge oraria.

- ❑ Gli studenti formalizzano $S=S(t)$

(in questa fase i termini relazione e funzione si sovrappongono)

Fase 3

Sistematizzazione formale e quantitativa dei risultati dalla fase 2

- Identificazione della *variabile dipendente ed indipendente*
- Possibili valori per entrambe
- Unicità del valore di s al variare di t

Da $S(t)$ a $f(x)$ (*Il contemporaneo studio della fisica offre esempi di funzioni che sono oggetto di una specifica trattazione matematica*)



- Dominio, codominio
- Rappresentazioni (*Lo studente sarà in grado di passare agevolmente da un registro di rappresentazione ad un altro*)
- Grafico

Una prima classificazione di funzioni

- Leggi orarie con distanze sempre crescenti o decrescenti (monotonia, iniettività)
- Movimenti di allontanamento ed avvicinamento (suriettività)
- Alternanza di movimenti di avvicinamento ed allontanamento (periodicità)
- Lettura di grafici tratti dal libro di fisica o scienze

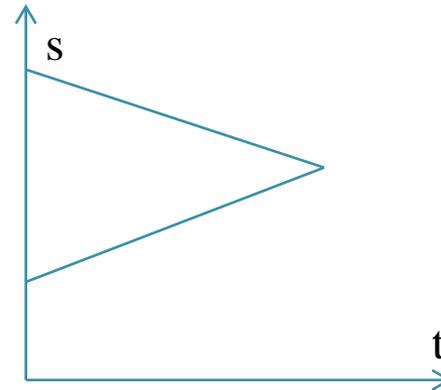


Funzioni definite a tratti

Fase 4

dal concetto di funzione a quello di relazione

- Gli studenti sono invitati a muoversi davanti al sonar per ottenere



- Concetto di relazione e di funzione rappresentazioni
- Legge oraria **sempre** come funzione (spazio matematico x,y)
- Traiettoria come relazione **o** come funzione (spazio fisico s,t)



Stesso fenomeno

Fase 5

dal grafico alla formula, legge lineare e proporzionalità diretta

- ❑ Dal concetto intuitivo-percettivo di velocità alla sua formalizzazione
 - Movimenti davanti al sonar a velocità costante e a velocità variabile
 - Confronto di diagrammi a velocità costante: chi è andato più veloce e perché)
 - Argomentazione con l'uso delle parole a parità di..., variazione di...
 - Congettura e verifica immediata della definizione di velocità
 - Definizione di proporzionalità diretta e di legge analitica
 - Predittività di una legge e suo intervallo di validità
 - Analisi di funzioni matematiche (geogebra), fisiche (legge di Hooke, dilatazione termica..), economiche (la funzione costo)



Acquisizione del concetto di modello matematico (possibilità di rappresentare classi diverse di fenomeni con lo stesso formalismo)

Esempio di matematizzazione caratteristica della fisica

- ❑ Ritorno al percorso tradizionale

Conclusioni

- ✓ Abitudine all'uso quasi intuitivo del sistema ortogonale non monometrico
- ✓ Abitudine all'uso dei simboli di funzione e della rappresentazione analitica della legge non vincolata al nome delle lettere
- ✓ Convinzione dell'importanza di una legge nello studio di un fenomeno (per rappresentare, per comprendere, per prevedere)
- ✓ Abitudine all'uso del rigore e di una terminologia non ambigua già nel linguaggio naturale
- ✓ Concetto di proporzionalità diretta e legge lineare
- ✓ Uso della dimensionalità nella rappresentazione delle grandezze come variabili, e quindi abitudine anche all'uso delle equivalenze (il SI è oggetto di studio in questo periodo).

Questa esperienza è un tentativo di
chiamare in causa il concorso di tutti gli aspetti del lavoro scolastico:
lo studio delle discipline in una prospettiva sistemica.

Grazie per l'attenzione!