Editoriale

Il 2015 è un anno importante per la storia della Mathesis: è il 120° della sua costituzione e ricorrono gli anniversari di Bruno de Finetti e Bruno Rizzi, due suoi presidenti e animatori, scomparsi rispettivamente il 20 luglio 1985 e il 6 ottobre 1995. La Mathesis li ricorderà entrambi anche nell'annuale congresso nazionale di fine anno; de Finetti, la sua foto, è già sulla copertina di questo numero di apertura dell'annata del PdM quella di Rizzi sarà presente sulla copertina del numero di chiusura.

È un anno importante anche per la scuola pervasa dal clima della grande mobilitazione collettiva contro il progetto di Buona Scuola che mescola cose buone, come la lotta al precariato, a cose che meriterebbero maggiore ponderazione e maggiore coinvolgimento. Quello che in effetti non si è capito della Scuola, malgrado tutte le cose belle che si possono imbastire, è che non può essere trattata come un processo. o peggio un'azienda, da gestire: come una lezione non può avere successo se non coinvolge gli studenti, così un progetto di riforma scolastica è lettera morta se non coinvolge e motiva chi quella riforma deve poi attuare. Qualcosa di analogo è avvenuto ad un livello meno ampio ed ha agitato la comunità dei docenti di matematica dei licei scientifici ove si sono disposte "***prove simulate***" quali esempi di cambiamenti epocali non normativi né giuridici, ma didattici e pedagogici, che avrebbero, invece, meritato altra forma di confronto e di maturazione delle scelte.

Comunque proprio quest'ultima vicenda non bella, anzi abbastanza deprimente, ci offre l'occasione per qualche doverosa considerazione sugli aspetti didattici e culturali della prova scritta di matematica negli esami di Stato e per qualche richiamo storico a Bruno de Finetti.

Nel 2006, l'anno del centenario della sua nascita, nella traccia proposta agli esami di Stato, figurava il seguente quesito: *Bruno de Finetti (1906-1985), tra i più illustri matematici italiani del secolo scorso, del quale ricorre quest'anno il centenario della nascita, alla domanda: "che cos'è la probabilità?" era solito rispondere: "la probabilità non esiste!". Quale significato puoi attribuire a tale risposta? È possibile collegarla ad una delle diverse definizioni di probabilità che sono state storicamente proposte?*

Si disse, allora, che la Scuola Italiana non avrebbe potuto trovare modo migliore, e culturalmente efficace, per ricordarlo. Con l'occasione particolarissima degli esami di Stato si richiamava al grande pubblico la concezione della probabilità introdotta da de Finetti e la sua famosa affermazione *Probability does not exist*. La risposta, cioè, alla domanda "*che cos'è la probabilità?*" che egli diede al giornalista londinese che lo intervistava per la traduzione inglese della sua *Teoria della Probabilità*. La probabilità non 'esiste' di per sé, al di fuori delle valutazioni che ne facciamo con la mente o d'istinto. Non esiste cioè una probabilità oggettivamente determinabile, uguale per tutti.

E anche qui, il ricordo non può non riandare alla descrizione molto bella, letteraria, che de Finetti dà della sua concezione; la dà parafrasando un brano di *Uno, Nessuno, Centomila* (sostituisce *probabilità* a *realtà* e *sento* a *mi do*) di *Luigi Pirandello* – un autore che ama particolarmente e cita spesso –: "*Ci fosse fuori di noi, per voi e per me, ci fosse una signora probabilità mia e una signora probabilità vostra, dico per se stesse, e uguali, immutabili. Non c'è. C'è in me e per me una probabilità mia quella che io sento, e una probabilità in voi: quella che voi sentite; le quali non saranno mai le stesse, né per voi né per me*". La probabilità ha dunque una natura soggettiva: è il grado di fiducia che un individuo ripone nel verificarsi di un determinato evento E, ovvero è il prezzo p ($0 \leq p \leq 1$) che egli è disposto a pagare per avere 1 nel caso E si verifichi.

Vale la pena di dire che la notorietà di de Finetti prende il via dalla sua concezione della probabilità, ma lo colloca in una dimensione molto più ampia di scienziato e di filosofo. È un piacere leggere de Finetti; anche nei suoi scritti più tecnici trova il modo di condurre il lettore ad osservazioni e divagazioni che gli fanno cogliere legami e significati inaspettati. Il lettore di de Finetti non può non rimanere soggiogato dalla vivacità e finezza dei ragionamenti che filano veloci come distillato di una cultura vera, profonda, che abbraccia in ammirevole sintesi i più disparati campi del sapere. È uno scrittore, de Finetti; e sempre gli è stato riconosciuto questo dono. I suoi articoli sono autentici tesori per il PdM che gelosamente li custodisce come luminose gemme della didattica.

Ricordare de Finetti parlando di esami di "maturità" - un tema, come si è detto, che in questi mesi ha tenuto banco tra i docenti - viene rapido e spontaneo perché è un tema che è legato al suo nome. Infatti, la comunità matematica riunita a Frascati nei primi anni sessanta aveva affidato a lui, alla sua penna, il compito di condurre la battaglia del rinnovamento dell'insegnamento scientifico ed in particolare matematico che già da alcuni anni – dal lancio dello *Sputnik* del 4 ottobre 1957 - si era posto come essenziale per tutti i Paesi dell'Occidente nella sfida tecnologica ingaggiata con i Paesi dell'Est. In Italia, un pezzo della battaglia da combattere era costituito proprio dalla prova scritta di matematica agli esami di maturità scientifica, dove fin dagli inizi era tradizione assegnare problemi che richiedevano una tecnica di discussione abbastanza standardizzata: la discussione del *trinomio* di secondo grado con il metodo detto di *Tartinville* (dal nome del docente liceale francese che l'aveva messo a punto). Bruno de Finetti assunse l'impegno; combatté la battaglia con articoli apparsi sulla stampa nazionale e su riviste scientifiche, ridicolizzando quei metodi e quel meccanicismo come una malattia da cui occorreva guarire e che battezzò (mutuando qualcosa di analogo fatto in Francia) *morbo della trinomite.* Il successo fu pieno e totale perché al di là della particolarità della questione avviò un periodo d'oro nelle discussioni sul rinnovamento dell'insegnamento della matematica in Italia. Anzi, di tali discussioni de Finetti fu il riferimento d'eccezione e la sua autorevolezza scientifica in campo internazionale conferì al dibattito una ricchezza e una qualità di cui tutto il mondo della scuola e della didattica si è a lungo giovato compresa l'attività della Mathesis che Egli guidò dal 1970 come presidente infondendo continuo entusiasmo.

Ai fini delle discussioni in atto sulle "prove simulate" gestite dal MIUR a febbraio e ad aprile e a quanto di "buono" si può cogliere da esse, potrà essere utile sapere che alla battaglia per debellare il morbo della *trinomite*, de Finetti accompagna nello stesso periodo la visione didattica di una matematica non formale, ricca di significati, aperta alle applicazioni. Il suo credo, come è noto, è il *fusionismo.* Condanna la *fossilizzazione monodirezionale dell'intelligenza,* auspica, per tutti, visioni interdisciplinari. Il fusionismo è appunto questo: vedere la matematica non in compartimenti stagni, in capitoli autosufficienti (analisi, geometria, algebra, aritmetica…) ma un tutt'uno integrato. Una visione didattica che operativamente comporta una ri-organizzazione della matematica atta a trattare parallelamente argomenti di natura diversa, senza purismi, in maniera integrata, con riferimento ai significati storici ed epistemologici nonché applicativi dei concetti e delle procedure.

Una visione didattica che in questi anni è stata da molti accettata e perseguita ed è particolarmente evidente anche nella costruzione delle tracce degli esami di maturità di questi anni. Ad evidenziarlo basti l'esempio di un'altra questione che è ugualmente presente nella prova scritta di matematica agli esami di stato della sessione 2006 in uno dei due problemi proposti (vedi a lato).

Problema del 2006

Un filo metallico di lunghezza λ viene utilizzato per delimitare il perimetro di un'aiuola rettangolare.

a) Quale è l'aiuola di area massima che è possibile delimitare?

Si pensa di tagliare il filo in due parti e di utilizzarle per delimitare un'aiuola quadrata e un'altra circolare. Come si dovrebbe tagliare il filo affinché:

b) la somma delle due aree sia minima?

c) la somma delle due aree sia massima?

Una aiuola, una volta realizzata, ha la forma di parallelepipedo rettangolo; una scatola, cioè, colma di terreno. Si discute di aumentare del 10% ciascuna sua dimensione. Di quanto terreno in più, in termini percentuali, si ha bisogno?

La prima questione è standard, canonica: *tra tutti i rettangoli isoperimetrici, qual è quello di area massima?*

È la seconda parte del problema però ad essere più interessante e nuova. È vero, c'è anche un aspetto fastidioso di calcolo, ma una volta che si è superato, si pone la questione di dare una risposta che non può esserci senza un minimo di riflessione. C'è una soluzione? Come si deve dividere il filo affinché la somma delle aree sia massima? C'è un massimo? La somma delle aree può sempre essere aumentata: taglio il filo in modo che la parte che costituisce la circonferenza sia sempre più grande e quella che costituisce il perimetro del quadrato sempre più piccola, allora? Dove tagliarlo, quel filo? C'è un massimo? O il massimo è quando il filo non si taglia affatto, viene tutto utilizzato per recintare un'aiuola circolare? Se si intende che il filo **deve** essere tagliato, allora non c'è soluzione, il problema è irrisolubile, ogni taglio non è mai quello buono; se invece vogliamo che una soluzione ci sia comunque allora il problema ha una soluzione limite in cui una delle due parti ha lunghezza zero. Il problema dà l'occasione di riflettere sul concetto di risolubilità e anche sul fatto che tra le figure isoperimetriche è il cerchio ad avere l'area massima (una dimostrazione elementare di questo risultato, dovuta a Bruno Rizzi, comparirà sul prossimo fascicolo del PdM).

La parte conclusiva è non meno interessante. Non richiede altro che conoscenze elementari di aritmetica, algebra e geometria. Ma è una questione importante sul versante concreto e pratico della realtà quotidiana. Se di un corpo solido, qualsiasi sia la sua forma, ne aumentiamo le dimensioni del 10% di quanto aumenta il suo volume? Del 33%! È probabile – osserva de Finetti - che la maggior parte delle persone non si renda conto di quanto più rapidamente crescano le aree e più ancora i volumi al crescere delle dimensioni lineari (lunghezze). È una questione riproposta ancora nelle tracce d'esame, nella sessione 2013; in un'ottica più nuova e con le parole di de Finetti:

- In un libro si legge: «*Due valigie della stessa forma sembrano "quasi uguali", quanto a capacità, quando differiscono di poco le dimensioni lineari: non sembra che in genere le persone si rendano ben conto che ad un aumento delle dimensioni lineari (lunghezza, larghezza, altezza) del 10% (oppure del 20% o del 25%) corrispondono aumenti di capacità (volume) di circa 33% (oppure 75% o 100%: raddoppio)*». È così? Si motivi esaurientemente la risposta.

- In un libro si legge: *"se per la dilatazione corrispondente a un certo aumento della temperatura un corpo si allunga (in tutte le direzioni) di una certa percentuale (p.es. 0,38%), esso si accresce in volume in proporzione* *tripla (cioè dell'1,14%), mentre la sua superficie si accresce in proporzione doppia (cioè di 0,76%)"*. È così? Si motivi esaurientemente la risposta.

I due quesiti hanno una loro novità, non di sostanza, ovviamente, ma di forma. In un libro si legge! Un inizio che sorprende perché è nell'ambito umanistico che si è abituati a passi letterari e citazioni che impegnano nella lettura e nell'interpretazione. Un inizio però significativo e importante perché teso, da una parte, a corrispondere al problema di una migliore comunicazione della matematica, dall'altra a dare piena concretizzazione al profilo in uscita dello studente liceale e cioè: *essere in grado di leggere e interpretare criticamente i contenuti delle diverse forme di comunicazione* (D.P.R. 15 marzo 2010, n. 89) e *saper leggere e comprendere testi complessi di diversa natura, cogliendo le implicazioni e le sfumature di significato proprie di ciascuno di essi, in rapporto con la tipologia e il relativo contesto storico e culturale.*

In un libro si legge! Una modalità di proporre un quesito che è dunque inusuale e ha la finalità di accertare il grado di comprensione della lettura invitando a leggere, a capire, a spiegare. E tutti sanno quanto, per la matematica, sia importante e arduo! I due quesiti sono tratti dal libro «*Il "saper vedere" in matematica*» che Bruno de Finetti pubblicò con Loescher nel 1967. Altri quesiti analoghi, tratti da opere di matematici noti, figurano in altre tracce d'esame.

Ricordando de Finetti, si è avuta l'opportunità di ripercorrere solo qualcuna delle tante tappe che hanno accompagnato l'evoluzione della prova scritta di matematica negli esami di maturità. Una prova che in questi anni ha significato molto sul piano scientifico e pedagogico per le novità introdotte e per essere stata fonte di iniziative che hanno contribuito a realizzare un ambiente ricco della partecipazione dei docenti e del loro coinvolgimento nella riflessione didattica e nel confronto professionale. Un'isola di buon funzionamento - si è scritto nell'Editoriale apparso sul numero precedente - che è bene ampliare e valorizzare nei risultati ottenuti e nel clima instaurato. Questo è forse il miglior contributo che si potrebbe dare al progetto di Buona Scuola che, in ogni caso, per il bene del Paese, è decisamente da costruire.

Emilio Ambrisi