

## Editoriale

La Mathesis, come associazione di insegnanti di matematica è, forse, la più antica d'Europa. Nacque per potenziare e migliorare l'insegnamento della matematica nelle scuole di ogni ordine e grado, come si diceva una volta, e tale finalità ha sempre perseguito nell'alternarsi dei periodi storici, delle stagioni culturali e delle mode didattiche. Lo ha fatto sia quando si riteneva che il miglioramento dipendesse da questioni di metodo (ad esempio genetico, storico-genetico, psico-genetico o anche attivo, dinamico, sincretico, come talora si è detto) sia quando si è ritenuto fondamentale introdurre nuovi argomenti - notissimo, al riguardo, il momento dello strutturalismo bourbakista e piagetiano e dei programmi d'insegnamento fondati su mappe ben definite di concetti "*primari*" - sia quando si è cominciato a guardare con grande fiducia alla *spazializzazione* dei concetti e all'apporto delle tecnologie, sia ancora quando ci si è concentrati sulla personalizzazione dei programmi d'insegnamento e degli itinerari di apprendimento, com'è oggi. In verità, si tratta di aspetti tutti importanti che costituiscono, chi più chi meno, ingredienti necessari per un buon insegnamento, mai racchiudibile e codificabile in un definito numero di istruzioni. Di questi aspetti o ingredienti a volte è prevalso l'uno a volte l'altro per un ossequio alla moda che è anche la difficoltà, per il singolo intelletto umano, di affrontare globalmente una questione reale nella molteplicità dei suoi aspetti, di poterla guardare nella sua interezza, dominarla, tenerla tutta intera sotto la coltre illuminata delle agenzie mentali attive, al modo di una coperta intellettuale, immagine geometrica suggerita dal non facile problema di trovare *dati n punti dello spazio, la superficie minima che possa coprirli tutti*, problema noto, appunto, come della *coperta minima*. Di qui l'azione sempre tesa a contrastare gli eccessi, quelli della formalizzazione spinta o del *problem solving* a tutti i costi o della artificiosa enfasi posta sulla matematizzazione della realtà, tipica del PISA/OCSE e che ha condotto il nostro Invalsi a compiere più di un errore.

Diversamente che nel passato, però, oggi pesa il disorientante clima politico e culturale in cui il Paese versa. Un clima tutt'altro che *matetico* o *mate-loquente* e che mostra il suo lato peggiore proprio in tutto ciò che concerne l'educazione e l'istruzione dei giovani. È una questione che la Mathesis ha po-

sto attraverso le pagine del Periodico e in vari convegni. Ad essa ha dedicato anche il tema del Congresso nazionale celebrato nel mese di aprile a Spoleto: *Educazione e Cultura Matematica in Italia. Serve ciò che si studia a scuola?*

Oggi – si è detto - si privilegia la personalizzazione del curriculum sia con riferimento all'insegnamento che all'apprendimento. Non è un fatto da poco. È un principio che è stato recepito nella legge che regola il nostro sistema educativo dell'istruzione e della formazione. È il principio in atto nelle scuole del primo ciclo dal 2004 e nel secondo ciclo dal 2010. È il principio che ha abolito i programmi d'insegnamento **ministeriali** e li ha sostituiti con le Indicazioni Nazionali e le Linee Guida. Se non si comprende questo principio non si può comprendere il compito assegnato a scuole e docenti e, a maggior ragione, non si può comprendere, ad esempio, il ruolo e la funzione che la legge assegna all'Invalsi.

Di questo cambiamento se ne è parlato sempre, fino ad essere ripetitivi, attraverso il Periodico e nei convegni e congressi di questi ultimi anni. Un cambiamento notevole, vera radice dell'innovazione didattica: progettare l'insegnamento non sulla base di una organizzazione standard, canonica della disciplina ma in funzione delle conoscenze, delle abilità e delle competenze matematiche ritenute così significative da essere poste a traguardo dell'azione formativa per tutti i giovani.

Dal 2010, però, si è avuta spesso la sensazione di essere i soli ad occuparsi di Indicazioni e Linee Guida, di essere i soli, come Mathesis, a sostenere i docenti nel lavoro di trovare ed accordarsi su un'interpretazione comune di documenti, quali le Indicazioni, scritti molto male e incomprensibili ( "*il peggior servizio fatto a docenti e alla collettività*" si scriveva nell'editoriale del n.3/2012) . Di essere i soli a preoccuparsi delle nebbie matematiche veicolate da Indicazioni, quadri di riferimento dell'Invalsi, prove di concorso a cattedre (sbagliate), discussione (strumentale) sui test TFA, programmi ministeriali per l'accesso alle lauree programmate.

Forse il modo migliore, più rapido ed efficace, per descrivere il lavoro effettuato, le idee e le tensioni che lo hanno motivato e animato, è lasciar parlare le tavole degli apprendimenti già realizzate. È probabile che comunichino in modo più rapido e chiaro quali debbano essere i risultati matematici posti a traguardo dell'azione didattica sviluppata da scuole e docenti. Si trovano rappresentate e descritte nelle pagine seguenti, per il primo biennio e per il quinto anno del liceo scientifico, e per la scuola secondaria di primo grado è solo una prima bozza di un lavoro che la Mathesis vuole continuare a sostegno del miglioramento dell'insegnamento della matematica per i nostri giovani.

*Emilio Ambrisi*

## La tavola degli apprendimenti del primo biennio



Il quadro vuole indicare in forma rapida e sintetica i traguardi di conoscenze abilità e competenze matematiche fissati dalle Indicazioni Nazionali e dalle Linee Guida per il primo biennio degli indirizzi di studio della scuola secondaria di secondo grado.


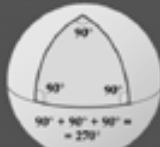

I risultati di apprendimento sono sistemati in un quadro del 1651 di *David Teniers il giovane*. Ciascuno di essi, come un'opera d'arte, è incorniciato e posto in mostra in una **Galleria matematica dei traguardi di apprendimento del primo biennio**. L'immagine complessiva è di un quadro pieno di altri quadri, ove fanno bella mostra di sé i sedici prodotti dell'arte matematica. Una tavola, cioè, da esporre in ogni aula quale riferimento per l'azione didattica dei docenti e l'impegno degli studenti; sedici gioielli da leggere, memorizzare e tener presenti quali tappe da raggiungere e che hanno anche la funzione, nuova sul piano scientifico e della gestione del sapere, di aggiungere alla continua ricerca del "come" insegnare la matematica, l'attenzione al problema di come "ri-creare" la conoscenza matematica. Ri-creare la conoscenza matematica in funzione dei risultati di apprendimento da perseguire e da raggiungere,

spingendo a superare le “levigate” e per certi versi innaturali e artificiose trattazioni dei tradizionali capitoli dell’Algebra e della Geometria, della Trigonometria e dell’Analisi Matematica».

- Alcuni elementi della lista esprimono più chiaramente delle conoscenze, altri sottendono anche abilità e competenze. Tutti però sono molto specifici, circoscritti a fatti o risultati matematici ben precisati. Per ciascuno di essi si possono declinare le conoscenze, abilità e competenze che vi si addensano.
- Ciascun elemento della lista gioca il ruolo di quello che altrove chiamano *curriculum focal point*. Un punto cioè che è di accumulazione di conoscenze, abilità e competenze; qualcosa che specifica il contenuto matematico da conoscere accuratamente per l’apprendimento della matematica in futuro e soprattutto è tale da costituire il riferimento per la costruzione di itinerari didattici la cui unione sia il **ricoprimento** di quanto previsto che si insegni e si apprenda.
- Ciascun punto della lista ha la funzione di guidare il docente nella sua progettazione didattica, nella definizione del suo programma d’insegnamento. Il docente, in questo modo, sa quale è il traguardo, sa dove gli si chiede di arrivare. Una meta che può raggiungere come vuole, scegliendo metodi, strumenti, linguaggi, esempi che arricchiscono di significato, applicazioni che contestualizzano, riferimenti storici e, sempre calibrando i tempi, seguendo un itinerario che attraversa i capitoli tradizionali, connette variamente teoremi e algoritmi per coglierne, in una visione unificatrice, particolari e generalizzazioni. Il docente gioca cioè con il suo sapere matematico, come un giocoliere che manovra e assembla diversamente ciò che sa; non insegna l’Algebra, la Geometria, la Trigonometria nelle loro false sistemazioni, non srotola né ricapitola una matematica già fatta ma rimescola, associa fatti, idee e procedure che ri-organizza in una rete robusta di ragionamenti e non seguendo le esili e canoniche catene deduttive.
- La selezione dei risultati di apprendimento da perseguire sistemati anche nella forma linguistica più chiara ed efficace avvantaggia il docente per il fatto che anche gli studenti possono averne conoscenza, esserne informati preventivamente. In questo modo gli studenti sanno per che cosa s’impegnano, che cosa si chiede che essi sappiano e sappiano fare a conclusione del primo biennio. In definitiva come i docenti, anche gli studenti sono messi nelle condizioni di conoscere e di condividere le tappe del proprio impegno di studio e di lavoro.

- Il quadro è frutto di un lavoro che ha coinvolto, in un progetto realizzato dal MIUR, centinaia di docenti in servizio nelle scuole delle varie regioni d'Italia ed è stato presentato nelle Giornate Matematiche che si sono svolte nell'arco dell'anno scolastico 2012/13 in tutte le regioni per iniziativa dei rispettivi UU.SS.RR.

## La tavola degli apprendimenti a conclusione del liceo scientifico

	Qual è il grafico di $y = f(x)$ ?	$e^{i\pi} + 1 = 0$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	Esistono solo cinque poliedri regolari
Equazioni di luoghi geometrici	Permutazioni Disposizioni Combinazioni	Come approssimare $e, \pi, \varphi$		$\aleph_0$ Chi è aleph-zero?
I teoremi di Lagrange, Rolle, l'Hôpital	Problemi di massimo e minimo  Il principio di induzione	Applicazione degli integrali al calcolo di aree e volumi	Dall'andamento del grafico alla possibile espressione analitica della funzione	Come approssimare un integrale definito
Principio di Cavalieri	Cos'è un sistema assiomatico?	Quante volte devo giocare al lotto per vincere?	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	

- L'idea del quadro nasce dal bisogno di presentare in forma rapida ed efficace i risultati attesi a conclusione del corso di studi di Liceo Scientifico. Un lavoro fatto in prosecuzione di quello già realizzato per il primo biennio della scuola secondaria di secondo grado.
- Un insieme costituito da un contenuto numero di "focal point". Una tavola degli apprendimenti alla quale il docente può riferirsi per progettare il suo

insegnamento, una sorta di stelle fisse da tener presenti navigando nell'universo del sapere matematico. Una guida, quindi, per discenti e docenti. Dove tendere gli sforzi? Un modo efficace per corrispondere, senza rovinosi eccessi, alle tante esigenze didattiche, e anche a una *flipped classroom*. Una classe capovolta: studiare a casa e lavorare in classe, confrontarsi sul lavoro svolto, su significati e applicazioni, storia e connessioni da cogliere e organizzare.

- Una tavola che è anche una essenzializzazione di **Syllabus** per la prova scritta di matematica agli esami di Stato e uno strumento per realizzare un concreto cambiamento di prospettiva: dall'attenzione ai punti di partenza del discorso matematico, allo sguardo rivolto ai punti di arrivo, dove si vuole arrivare. La scelta, cioè, di ciò che va insegnato per prima in funzione di ciò che serve per approdare alla meta. Dunque, la ri-organizzazione dei percorsi didattici in funzione dei risultati di apprendimento da perseguire e da raggiungere annullando così le abituali gradualità e gerarchie concettuali. Qualcosa che ha anche il significato di rompere con i tradizionali capitoli dell'Algebra e della Geometria, della Trigonometria e dell'Analisi Matematica e con le loro canoniche trattazioni, per approdare ad una matematica integrata, pensata in modo fusionista, non tagliata a fette, ciascuna sistemata in un suo specifico cassetto. In definitiva, un processo analogo alla ricostruzione del *continuo* a partire dal *discreto*.
- Il quadro contiene teoremi e principi, concetti, formule e procedure, problemi e forme geometriche esposti come in una galleria d'arte matematica. "Fatti" matematici percepibili, comprensibili, di cui si può parlare e dibattere. In ciascuno di essi si addensano altri concetti, altre idee e procedure che è possibile collegare in un'unica trama concettuale, logica, applicativa.

Il quadro è il distillato della lettura delle Indicazioni Nazionali e dell'ampio dialogo che ha coinvolto i docenti nelle annuali indagini sui risultati della prova scritta di matematica agli esami di Stato realizzata attraverso il sito [www.matmedia.it](http://www.matmedia.it).

### Alcuni giudizi sulla tavola di Mondrian

- Certamente tutto è migliorabile, ma credo che l'idea del quadro sia di dare un'immagine istantanea, un lampo di matematica, come in un sogno, della matematica da dibattere nelle scuole. In quest'ordine di idee, non credo che sia utile cercare generalizzazioni o ordine rigoroso degli argomenti o una esaustività. Anzi finirebbe per alterare l'immagine del sogno, che a me piace". (*Antonio Maturo*)
- Mi sembra che questa idea del quadro di Mondrian sia buona. A me personalmente piace perché fa riferimento a temi che sono tutti di indiscutibile interesse matematico (*Andrea Centomo*)
- Mi sembra che i «*focal points*» siano ben formulati... Personalmente ho notato la mancanza di alcuni argomenti come il Teorema fondamentale del Calcolo integrale o la retta tangente ad una curva, mentre avrei rinunciato al Principio di Cavalieri. (*Adriana Lanza*)
- È efficace. L'unica cosa che scriverei in modo un po' diverso (anche se non so bene come) è quello che è scritto in alto a sinistra "Quale il grafico della funzione?" (*Alessio Russo*)
- Bello!! Solo alcuni dettagli... Non sarebbe preferibile, evitare gli interrogativi e scrivere tutte affermazioni? (*Attilio Rossi*)
- Nella tavola i vari punti focali sono di vario impatto, li valuterei secondo alcune categorie: i rassicuranti, i preoccupanti (es. "chi è l'aleph-zero?"), gli stimolanti, gli innovativi (es. "dall'andamento del grafico alla possibile espressione analitica della funzione"). Vorrei che la tavola si potesse aprire in tanti collegamenti quanti sono i punti che la costituiscono, verso delle presentazioni essenziali ma che aiutino gli studenti ad orientarsi nel loro percorso dei cinque anni di studio della matematica. Ed è per questo che a partire dal tema e da poche indicazioni, sono i ragazzi a trovare gli elementi per costruire la presentazione. (*Massimo Fioroni*)

**OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO A CONCLUSIONE  
DELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO**

I numeri sulla retta. Il piano cartesiano	Il numero pi-greco, la misura del cerchio e della circonferenza	Invarianti: il rapporto di similitudine	Scomporre un numero in fattori primi
Stimare l'area di una figura delimitata da linee curve		Volumi e superfici delle figure solide	Leggi di proporzionalità: rappresentare $y=ax$ , $y=a/x$
Equazioni di primo grado	Stimare la radice quadrata di un naturale; irrazionalità	Uso di riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria	Teorema di Pitagora
Variazioni percentuali		Le funzioni $y=ax^2$ , $y=2^n$	
Calcolare la probabilità di qualche evento		Eventi complementari, incompatibili, indipendenti	Moda, mediana, media aritmetica