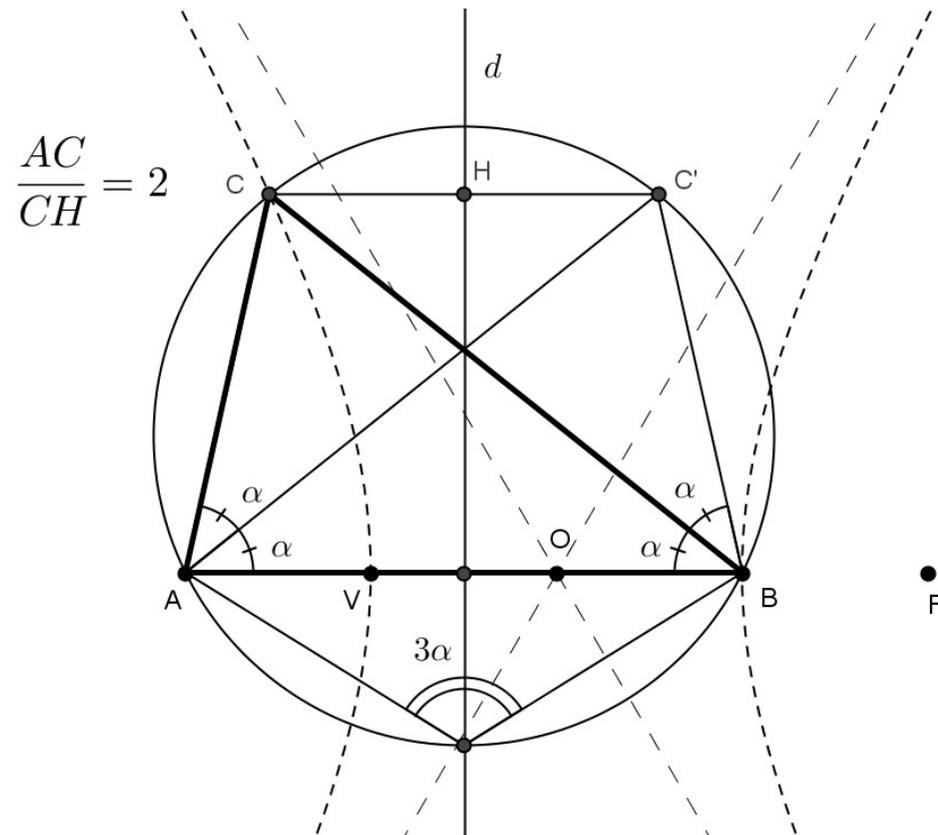


**STORIA E CULTURA**  
**NELL'ESAME DI MATURITA'**

Anno 2007. Problema: “Si considerino i triangoli la cui base è  $AB = 1$  e il cui vertice  $C$  varia in modo che l’angolo  $CAB$  si mantenga doppio dell’angolo  $ABC$ . Riferito il piano ad un conveniente sistema di coordinate, si determini l’equazione del luogo geometrico  $\gamma$  descritto da  $C$ .”



La curva trisettrice di Pappo!

Altri casi:

- circonferenze di Apollonio;
- versiera di Agnesi;

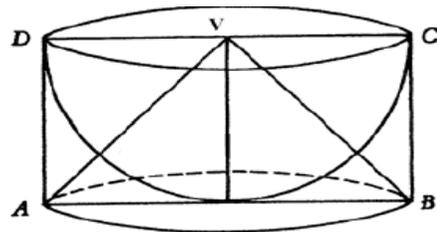
....

Le prove dell'ultimo quindicennio mostrano una decisa attenzione per gli aspetti storici e culturali della matematica.

In particolare nel questionario.

2009, quesito n.9 (ord e pni):

**Nei “*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*”, Galileo Galilei descrive la costruzione di un solido che chiama *scodella* considerando una semisfera di raggio  $r$  e il cilindro ad essa circoscritto. La *scodella* si ottiene togliendo la semisfera dal cilindro. Si dimostri, utilizzando il principio di *Cavalieri*, che la *scodella* ha volume pari al cono di vertice  $V$  in figura.**



Osservando la figura uno studente ha chiesto se la *scodella* fosse o meno *bucata*...

Tale quesito risultò essere il meno svolto nel 2009, indicato dalla maggioranza dei Commissari come il più difficile dei 10 per entrambe le tracce (ordinamento e PNI).

Altro spunto galileiano.

Stessa opera, poche pagine dopo, si parla ancora di infinito, stavolta in senso discreto.

2011, quesito n.5 (pni):

**In una delle sue opere G. Galilei fa porre da Salviati, uno dei personaggi, la seguente questione riguardante l'insieme  $N$  dei numeri naturali ( "i numeri tutti" ). Dice Salviati: «...se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?». Come si può rispondere all'interrogativo posto e con quali argomentazioni?**

Il *confronto tra insiemi infiniti* (menzionato nei programmi Brocca e PNI) fa la sua comparsa all'esame di Stato!

Il quesito è tra i meno svolti. Un'alta percentuale di Commissari lo indica tra quelli "fuori programma".

2012, quesito n.4 (pni):

**L'insieme dei numeri naturali e l'insieme dei numeri razionali sono insiemi equipotenti? Si giustifichi la risposta.**

Anch'esso è tra quelli meno affrontati, un'alta percentuale di Commissari lo ritiene “fuori programma”.

Ancora, nel 2013, quesito n.9 (pni):

**Tre amici discutono animatamente di numeri reali. Anna afferma che sia i numeri razionali che gli irrazionali sono infiniti e dunque i razionali sono tanti quanti gli irrazionali. Paolo sostiene che gli irrazionali costituiscono dei casi eccezionali, ovvero che la maggior parte dei numeri reali sono razionali. Luisa afferma, invece, il contrario: sia i numeri razionali che gli irrazionali sono infiniti, ma esistono più numeri irrazionali che razionali. Chi ha ragione? Si motivi esaurientemente la risposta.**

Ancora, il quesito è tra i meno affrontati ed i Commissari lo ritengono il meno aderente ai programmi. Tra chi lo svolge, una buona parte risponde bene.

(Cosa avranno scritto?)

2012, quesito n.9 (ord e pni):

**Il problema di Erone (matematico Alessandrino vissuto probabilmente nella seconda metà del I secolo d.C.) consiste, assegnati nel piano due punti A e B, situati dalla stessa parte rispetto ad una retta  $r$ , nel determinare il cammino minimo che congiunge A con B toccando  $r$ . Si risolva il problema nel modo che si preferisce.**

Già assegnato nel 2006 (senza menzionare Erone).

E ancora:

- sezione aurea (ad es. 2005, 2007, 2008);
- quadratura del cerchio (ad es. 2007, 2011);
- geometrie non euclidee;
- duplicazione del cubo (2010);

.....

Tratti ricorrenti:

- una prospettiva storica e critica nelle prove di matematica;
- sono domande piuttosto “aperte”, non solo nella forma: in diversi casi aperte a considerazioni, osservazioni, approfondimenti;
- la risposta “esatta” spesso non è facilmente schematizzabile;
- molteplici itinerari didattici, di riflessione e di approfondimento.

Accoglienza degli studenti:

?

Da parte del pubblico e dei vari osservatori (solutori “ufficiali”, commentatori, luminari, etc.):

- le risposte pubblicate appaiono per lo più sbrigative, riduttive, con diversi errori;
- un certo fastidio per la riproposizione delle questioni;
- poco interesse per le sollecitazioni culturali proposte, spesso rimaste in ombra.

Da parte degli insegnanti (in particolare i Commissari d'esame):

- frequente lamentela per la difficoltà a trattare aspetti storico-culturali in classe;
- disorientamento per la difficoltà ad individuare la “risposta attesa” e valutare gli svolgimenti;
- raro apprezzamento per le sollecitazioni culturali proposte;
- fastidio per ciò che esula dallo studio di funzione "canonico";

L'insegnante di matematica pare voler rifuggire dall'esprimere valutazioni riguardanti aspetti quali la chiarezza argomentativa, l'organicità, la profondità delle considerazioni in una prova scritta (diversamente che per l'orale).

Molti insegnanti sottolineano l'impossibilità di trattare gli aspetti culturali della matematica per la scarsità dei tempi a disposizione.

La possibilità di un incontro storicamente, culturalmente e criticamente consapevole con la matematica sembra essere avvertita come opzione aggiuntiva, possibile solo in casi speciali, qualcosa che sottrae più che aggiungere.

Non si tratterebbe di importanti obiettivi di apprendimento, ma di tematiche in conflitto con ciò che è essenziale.

Un intralcio che sottrae tempo all'attività di addestramento all'esecuzione dello studio di funzione canonico.

La presenza di simili sollecitazioni di carattere storico-culturale sembra quindi un'operazione in parte impopolare e "coraggiosa".

Ha dato frutti?

Nel futuro?

Dalle Indicazioni Nazionali:

**"Lo studente avrà acquisito una visione storico-critica dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico. Egli saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale."**

L'attuale struttura della prova ha agevolato la proposta di varie sollecitazioni di un certo spessore culturale senza suscitare eccessive reazioni (gli studenti si sono limitati a schivare i quesiti più alieni).

Ciò ha permesso di accumulare un piccolo e prezioso tesoro.

Segue un piccolo campionario dei pareri rilasciati dai Commissari d'esame in merito ai quesiti di carattere più spiccatamente “culturale” negli anni 2011 e 2012.

2011

1. alcuni quesiti, più' teorici, ( 1, 5, 8, 9 ) hanno avuto risposte molto approssimative.
2. Quesiti molto sbilanciati verso il punto di vista storico, non sempre trattati.
3. Maggiori difficoltà riscontrate nei quesiti teorici.
4. Quesiti sbilanciati verso il punto di vista storico che non sempre si riescono a trattare nel corso dell'anno scolastico
5. i quesiti 1, 5, 8, 9 nonostante noti a grandi linee ai candidati, non vengono trattati in modo tale da permetterne una trattazione
6. I problemi non presentavano particolari difficoltà. La presenza di ben tre quesiti relativi alla storia della matematica ha penalizzato gli studenti: questi argomenti, per motivi di tempo, non si affrontano in modo approfondito durante il corso di studi.

7. Di difficoltà eccessivamente diversificata i quesiti. Gli argomenti tipici del pni sono troppo compressi: sempre e solo risoluzione approssimata di equazioni. Argomenti come i confronti degli insiemi infiniti (quesito 5) e la quadratura del cerchio (quesito 8) non compaiono esplicitamente nei programmi ministeriali.

8. Quesiti 1, 5, 8 hanno determinato una flessione in negativo perchè riguardanti argomenti svolti in parte o non svolti nel corso dell'ultimo anno.

*9. Ci sono alcuni quesiti che riguardano argomenti non trattati nei programmi, soprattutto le geometrie non euclidee e la corrispondenza tra sottoinsiemi infiniti di  $N$ .*

10. Il testo proposto conteneva quesiti relativi ad argomenti quasi mai trattati nei programmi, i ragazzi hanno risposto in modo superficiale non avendo rigorose conoscenze sull'argomento (quesiti 1 e 5).

11. **Buona l'introduzione di quesiti che riguardano la storia della matematica**, a volte i singoli quesiti hanno calcoli e distrattori che fanno perdere molto tempo ai ragazzi.

*12. Troppo poco presenti argomenti molto canonici, non metterei quesiti troppo aperti e soggettivi quali geometrie non euclidee e quadratura del cerchio.*

13. La difficoltà maggiore riscontrata è stata nei quesiti. In particolare i nr. 1, 5, 8 e 9 a causa di argomenti non trattati.

14. I quesiti erano in generale più complessi rispetto a quelli dell'anno precedente e poco incentrati sul programma del quinto anno o perlomeno sulle conoscenze e competenze che gli studenti hanno bisogno di acquisire per i futuri studi universitari.

*15. Alcuni quesiti (n. 1, 5, 8) hanno una formulazione troppo generica, che non permette una valutazione graduata e oggettiva sulle singole risposte.*

*16. Per quanto riguarda i quesiti si ritiene consigliabile evitare domande di tipo discorsivo che presentano difficoltà per i ragazzi che devono svolgerle e per i docenti che devono valutarle.*

17. Prova di media complessità, problema in buon accordo con i programmi svolti. Quesiti 1, 5, 8, 9 relativi ad argomenti spesso non trattati.

18. E' necessario avere un syllabus. E' preferibile che le richieste un po' particolari siano nei quesiti e non nel problema. I quesiti su quadratura del cerchio e geometrie non euclidee sono apparsi un po' vaghi, sarebbe auspicabile una richiesta più precisa.

19. Le difficoltà incontrate dai candidati sono dipese da: - presenza di ben tre quesiti a carattere fortemente teorico - riferimenti al programma svolto in anni precedenti - calcolo di un volume (problema 2) tramite integrale di un tipo poco frequente nei libri di testo

*20. Forse sarebbero da evitare quesiti tipo il numero 1 e il numero 8 in cui è soggettivo come valutare la completezza della risposta; sono preferibili quesiti più puntuali e definiti.*

*21. Nei quesiti argomenti che non trovano una collocazione naturale nell'attuale svolgimento della disciplina. Se si richiede una maggiore attenzione alla storia della matematica occorre alleggerire la complessità dei programmi e comunque avere indicazioni più chiare sulle abilità richieste relativamente ai vari argomenti su tutto il quinquennio.*

22. I quesiti a carattere maggiormente teorico non sono risultati aderenti a quegli elementi di storia della matematica la cui proposta, per quanto sempre auspicata, difficilmente trova spazio nella concreta attuazione dei percorsi curricolari.

*23. Nella formulazione della traccia si dovrebbe tener conto della parte di programmi che normalmente si riesce a svolgere nelle classi e non porre domande strane che creano solo difficoltà e impediscono di verificare le conoscenze sui tanti altri argomenti veramente trattati.*

**24. La prova è da ritenersi affrontabile con un approccio diverso, si è dovuto fare ricorso alla logica ed al ragionamento.**

25. La prova è ben articolata, con giusto equilibrio tra calcolo e riflessione teorica e con quesiti che riguardano diversi ambiti e permettono all'allievo di esprimere al meglio le conoscenze acquisite.

26. Per la loro particolarità, diversi tra i quesiti proposti non sono allineati alla verosimile preparazione media di uno studente di v liceo.

*27. I quesiti q1, q5 e q8 esulano dai programmi trattati a scuola e sono di difficile valutazione per l'insegnante poichè troppo discorsivi.*

28. I quesiti teorici, quelli che non richiedevano applicazioni numeriche ma solo trascrizione di concetti e nozioni, sono stati scelti da molti alunni che hanno utilizzato contenuti appresi nello studio di altre discipline (molti alunni conoscevano il problema della quadratura del cerchio perchè ne parla dante nel paradiso).

29. I problemi sono adeguati. Il questionario è eccessivamente orientato verso argomenti di carattere complementare che, seppure interessanti, non sono di solito affrontati in classe in maniera sufficientemente approfondita.

30. I quesiti erano sufficientemente variegati e consentivano al candidato di esprimere le proprie conoscenze, anche se rimane qualche dubbio sull'utilità di riproporre argomenti che esulano dal programma (ad esempio quadratura del cerchio).

**31. A parere personale sarebbero da evitare i quesiti di tipo storico filosofico: nella migliore delle ipotesi gli studenti scrivono banalità.**

32. Alcuni quesiti erano di difficile trattazione per cui ci si è accontentati di risposte superficiali (vedi quadratura del cerchio e geometrie non euclidee.)

*33. Troppi quesiti di carattere storico e assente la parte dei teoremi del calcolo differenziale*

**34. I quesiti teorici non sono utili per valutare gli allievi.**

**35. La prova mette in difficoltà soprattutto sulle questioni teoriche ai quali gli studenti non sono molto abituati. E' frequente trascurare la teoria per dar spazio a tutti quegli argomenti potenzialmente presenti nella prova, alcuni dei quali spesso trattati superficialmente per mancanza di tempo. Il programma ministeriale è troppo vasto per essere svolto bene nei tempi curriculari previsti.**

36. La prova è risultata ben calibrata rispetto ai programmi effettivamente svolti, a parte i quesiti di carattere storico- matematico e per alcuni aspetti quelli di geometria nello spazio, la cui risoluzione è affidata quasi esclusivamente all'intuito e alle conoscenze personali del candidato, dato che per ragioni di tempo spesso in classe non si possono affrontare i temi trattati in questi quesiti.

37. Entrambi i problemi hanno richiesto conoscenze approfondite sullo studio di funzione e calcolo integrale e poche abilità logiche ed argomentative proprie dei contenuti di natura geometrica. Quache opportunità è emersa nel questionario. **Sono stati apprezzati i quesiti di natura storica.**

*38. I quesiti q1, q5 e q8 esulano dai programmi trattati e sono di carattere discorsivo, quindi di difficile valutazione.*

*39. quesiti 1 e 8 vaghi; meglio una richiesta in cui si pervenga a un risultato piuttosto che una richiesta vaga.*

**40. Per quanto concerne il questionario può essere apprezzata la possibilità data ai candidati di scegliere tra quesiti puramente teorici (n°1, n°5, n°8), che sollecitavano una riflessione critica, e quesiti di natura puramente applicativa.** Particolare attenzione merita il quesito n°10 posto in maniera non tradizionale, che richiedeva una riflessione critica, un attento ragionamento

41. il quesito sulle geometrie non euclidee non viene spesso affrontato nei programmi in modo adeguato. **il quesito sulla quadratura del cerchio è obsoleto.**

2012

1. Il quesito 4, nonostante sia stato affrontato dagli studenti, riguarda una parte del programma che il docente ritiene che solo occasionalmente venga svolto

2. Nel complesso la traccia è risultata chiara e ben strutturata: soltanto i quesiti 4 e 9, legati alla storia della matematica (argomento non trattato in classe), sono risultati difficili.

*3. Alcuni argomenti ritenuti di nicchia, ad esempio relativi alla storia delle matematiche o alle strutture algebriche richiederebbero un tempo maggiore di sviluppo rispetto alla necessità di tempo, sempre presente nell'insegnante, occorrente per fornire gli strumenti essenziali, ad esempio nel calcolo differenziale.*

4. L'assegnazione di quesiti, come il n.4, che richiamano argomenti svolti nella classe seconda o comunque nei primi anni di studio ci sembra discutibile.

5. Si richiede una maggiore presenza degli argomenti svolti nell'ultimo anno scolastico.

**6. Ci aspettavamo uno STUDIO DI FUNZIONE completo con obiettivo finale il GRAFICO in almeno uno dei due problemi, come è avvenuto ogni anno ad eccezione di questo..peccato!!**

7. I quesiti sono parsi adeguati e non particolarmente difficili, a parte quelli sulla geometria solida e sulla potenza degli insiemi, argomenti non toccati dal programma.

8. L'unica situazione da rilevare è per il quesito 4: i candidati, pur conoscendo la risposta corretta, non avevano visto la relativa dimostrazione.

**9. MANCA LO STUDIO DI FUNZIONE "CLASSICO" A CUI TRADIZIONALMENTE VIENE DEDICATO MOLTO TEMPO DURANTE L'ANNO SCOLASTICO**