



MATHESIS



**Indagine Nazionale sulla Prova Scritta di Matematica
agli esami di stato di Liceo Scientifico
Risultati analitici
sessione 2009**

Annamaria Peziona, Enza Russo, Ing. Salvatore Venticinque

MATHESIS – Livorno, 17 Aprile 2010

L'indagine

L'iniziativa di “indagare” sui risultati della prova scritta di matematica agli esami di stato dei licei scientifici è stata attuata attraverso il servizio “matmedia” dal 2001.

- Dal 2001 la prova scritta ha avuto una struttura, articolata in problemi e quesiti.
- Dallo stesso anno 2001 è stata realizzata, curata da ispettori tecnici, una indagine nazionale sui risultati della prova.
- Dal 2001 www.matmedia.it si è posto come sito di riferimento per docenti ed alunni offrendo riflessioni, critiche, indici di difficoltà.

Il gruppo di lavoro

- Preparazione dell'indagine e raccolta dei risultati:
Salvatore Venticinque e Angelo Ambrisi.

- Elaborazione dei risultati:

Gruppo di esperti attivato dal prof. Michele Di Natale, *Presidente della Facoltà di Ingegneria della Seconda Università di Napoli*

Del gruppo hanno fatto parte, coordinati da Francesco De Giovanni:

Ferdinando Casolaro, Maria Coccozza, Michelangelo Di Stasio, Massimiliano Giorgio, Annamaria Piccirillo, Anna Maria Pezone, Alessio Russo, Enza Russo, Gabriella Sgueglia, Salvatore Venticinque.

La Circolare Ministeriale

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Roma, 18 giugno 2009

Oggetto: Indagine sui risultati della prova scritta di matematica.

Si comunica che anche per il corrente anno 2009, come per le decorse sessioni di esami di Stato, sarà effettuata l'indagine sui risultati della prova scritta di matematica nei licei scientifici, sia di ordinamento che sperimentali. Si pregano pertanto le SS.LL. di voler procedere, per le Commissioni di competenza, alla registrazione dei dati richiesti attraverso il sito <http://www.matmedia.it> dal 29 giugno al 16 luglio.

IL DIRETTORE GENERALE

Mario G. Dutto

Laboratorio a distanza MATMEDIA

Servizio per l'insegnamento/apprendimento della Matematica

- Home
- Antologia
- Archivio
- Biblioteca
- Orientamento e Valutazione
- Esami di Stato
- Formazione
- Insegnamento
- Matematica Società
- Programmi
- Ricerca in Rete
- Tecnologie



Prova Scritta di Matematica negli indirizzi di Liceo Scientifico (26 giugno 2009):

- [Valutazione della Prova](#)
- [Indagine nazionale 2009](#)
- [Le Tracce](#)
- [Scuole Italiane all'estero \(America Latina\)](#)

I Docenti di Matematica in servizio.

- [Anno scolastico 2008/2009](#)
- [Anno scolastico 2002/2003](#)



- News
- Forum
- Statistiche

Cerca nel Web:

Inizia ricerca Reimposta

Il Testo del Questionario

Regione:

Codice Commissione d'esame:

Istituto: Statale / Paritario

Indirizzo di studi:

Ordinario, PNI-Brocca-Autonomia, Liceo della comunicazione, Altre sperimentazioni

Numero dei Candidati esaminati:

Il Testo del Questionario

A) Giudizio della Commissione sulle difficoltà incontrate dai candidati nei Problemi:

- il primo problema è risultato di difficoltà: (alta, bassa, ...)
- il secondo problema è risultato di difficoltà:
- le eventuali difficoltà riscontrate nel primo problema sono dovute a: (argomento non svolto, complessità ...)
- le eventuali difficoltà riscontrate nel secondo problema sono dovute a:

B) Giudizio della Commissione sulle difficoltà incontrate dai candidati nei Quesiti:

Il Testo del Questionario

C) Il numero dei candidati che hanno affrontato ciascun problema

D) Il numero dei candidati che hanno affrontato ciascun quesito

E) Il quesito che ha riscosso le migliori risposte

F) Il numero degli elaborati giudicati INSUFFICIENTE

G) Il numero degli elaborati giudicati SUFFICIENTE

H) Il numero degli elaborati con punteggio max di 15

Il Testo del Questionario

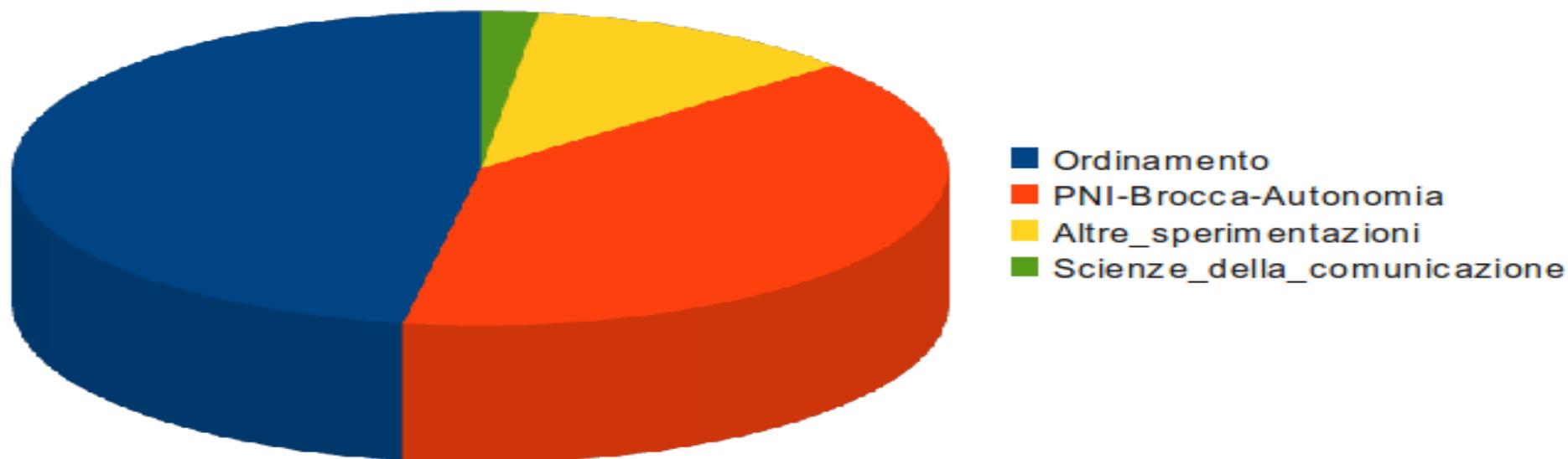
- I) Per la valutazione della prova la commissione ha adottato la griglia proposta dall'USR. (SI/NO)**
- L) L'utilizzazione della griglia proposta dall'USR Della Regione: si è rivelata: (soddisfacente,...)**
- M) L'utilizzazione della griglia proposta ha comportato: (una maggiore oggettività nella valutazione, ...)**
- N) La struttura della prova articolata in problemi e quesiti con possibilità di scelta è da ritenersi: (molto valida, superata , ...)**
- O) Le sei ore concesse per il compito sono: (giuste, eccessive ...)**
- P) Eventuale commento sulla prova (max 400 caratteri)**

Dimensione dell'Indagine

La prova di esame per l'anno 2009 è stata affrontata in Italia da **116.089 studenti interni** e **2.202 esterni**, distribuiti in **6896 classi**.

I dati raccolti dall'indagine un campione di **47000 studenti**, pari a circa il **40%** dei candidati e delle classi.

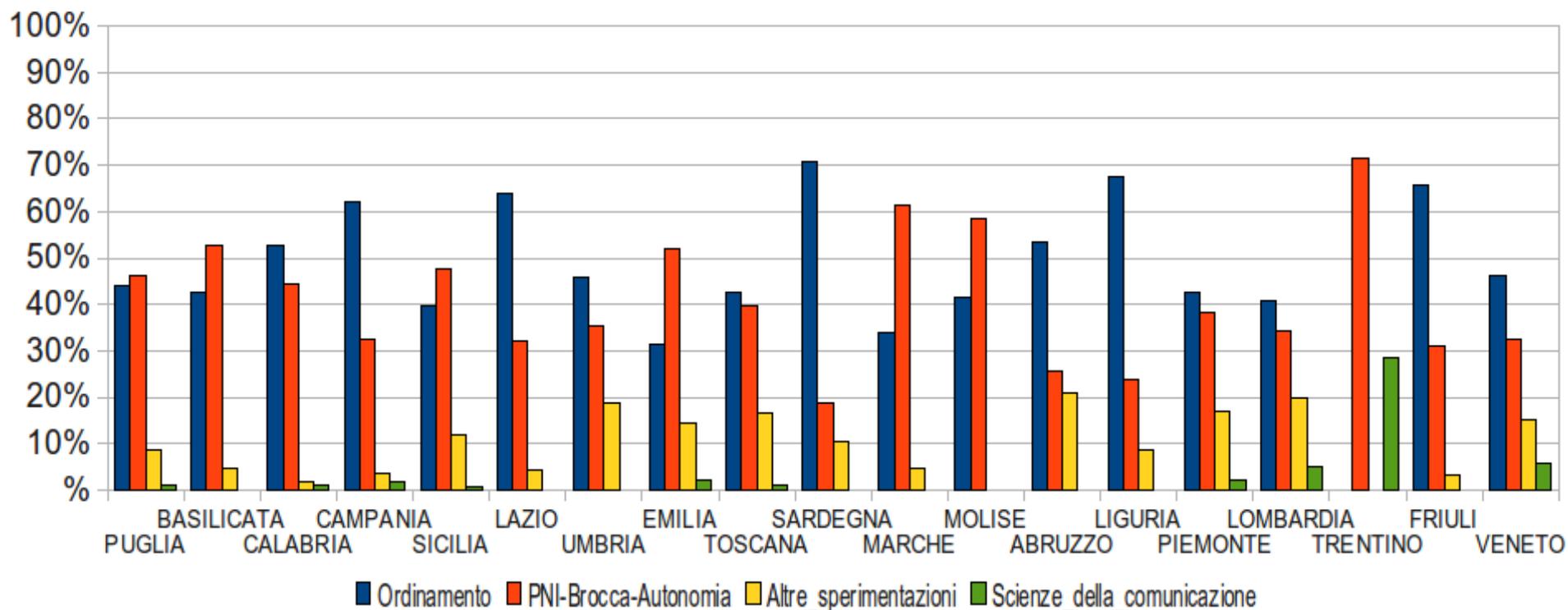
Distribuzione candidati



Distribuzione dei candidati

Distribuzione candidati

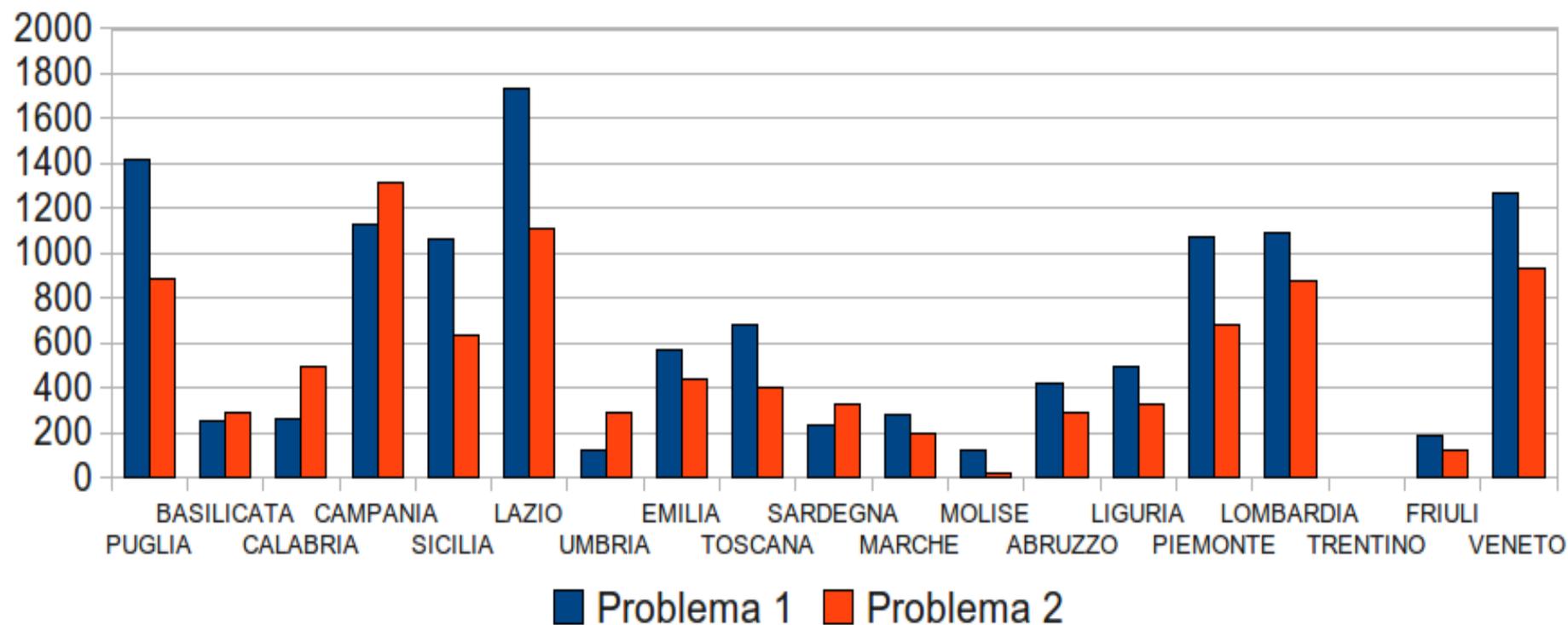
Percentuale riferita al totale in ogni regione



Percentuale dei candidati che hanno sostenuto la prova per regione e per indirizzo di studi. La percentuale è calcolata rispetto al numero totale dei candidati in ogni regione.

Numero di candidati che hanno affrontato il Problema 1 e il Problema 2 nelle diverse regioni per ORDINAMENTO.

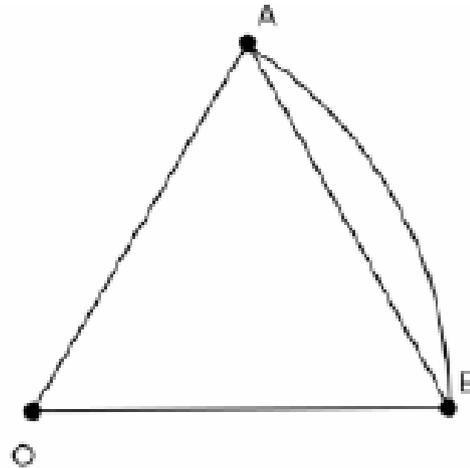
Numero di candidati che hanno affrontato i problemi
Ordinamento



Le tracce dei problemi sono diverse per i due principali indirizzi.

PROBLEMA 1

È assegnato il settore circolare AOB di raggio r e ampiezza x (r e x sono misurati, rispettivamente, in *metri e radianti*).



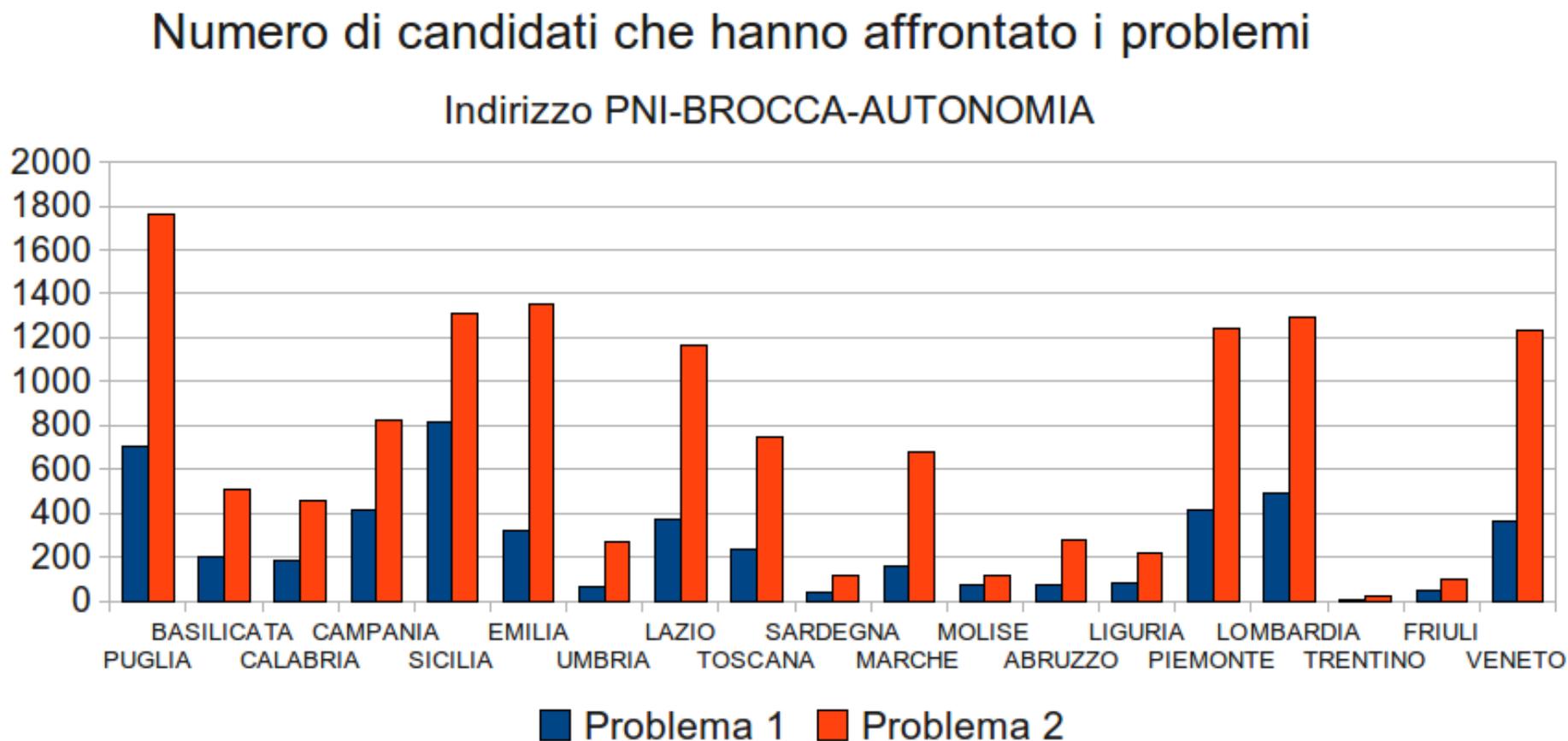
1. Si provi che l'area S compresa fra l'arco e la corda AB è espressa, in funzione di x , da $S(x) = \frac{1}{2}r^2(x - \operatorname{sen} x)$ con $x \in [0, 2\pi]$
2. Si studi come varia $S(x)$ e se ne disegni il grafico (avendo posto $r = 1$).
3. Si fissi l'area del settore AOB pari a 100 m^2 . Si trovi il valore di r per il quale è minimo il perimetro di AOB e si esprima il corrispondente valore di x in gradi sessagesimali (è sufficiente l'approssimazione al grado).
4. Sia $r = 2$ e $x = \frac{\pi}{3}$. Il settore AOB è la base di un solido W le cui sezioni ottenute con piani ortogonali ad OB sono tutte quadrati. Si calcoli il volume di W .

PROBLEMA 2

Nel piano riferito a coordinate cartesiane, ortogonali e monometriche, si tracci il grafico G_f della funzione $f(x) = \log x$ (logaritmo naturale)

1. Sia A il punto d'intersezione con l'asse y della tangente a G_f in un suo punto P . Sia B il punto d'intersezione con l'asse y della parallela per P all'asse x . Si dimostri che, qualsiasi sia P , il segmento AB ha lunghezza costante. Vale la stessa proprietà per il grafico G_g della funzione $g(x) = \log_a x$ con a reale positivo diverso da 1?
2. Sia δ l'inclinazione sull'asse x della retta tangente a G_g nel suo punto di ascissa 1. Per quale valore della base a è $\delta = 45^\circ$? E per quale valore di a è $\delta = 135^\circ$?
3. Sia D la regione del primo quadrante delimitata dagli assi coordinati, da G_f e dalla retta d'equazione $y = 1$. Si calcoli l'area di D .

Numero di candidati che hanno affrontato il Problema 1 e il Problema 2 nelle diverse regioni per Pni-brocca-autonomia.



Le tracce dei problemi sono diverse per i due principali indirizzi.

PROBLEMA 1

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} \right) e^{-x}$$

dove n è un intero positivo e $x \in \mathbb{R}$

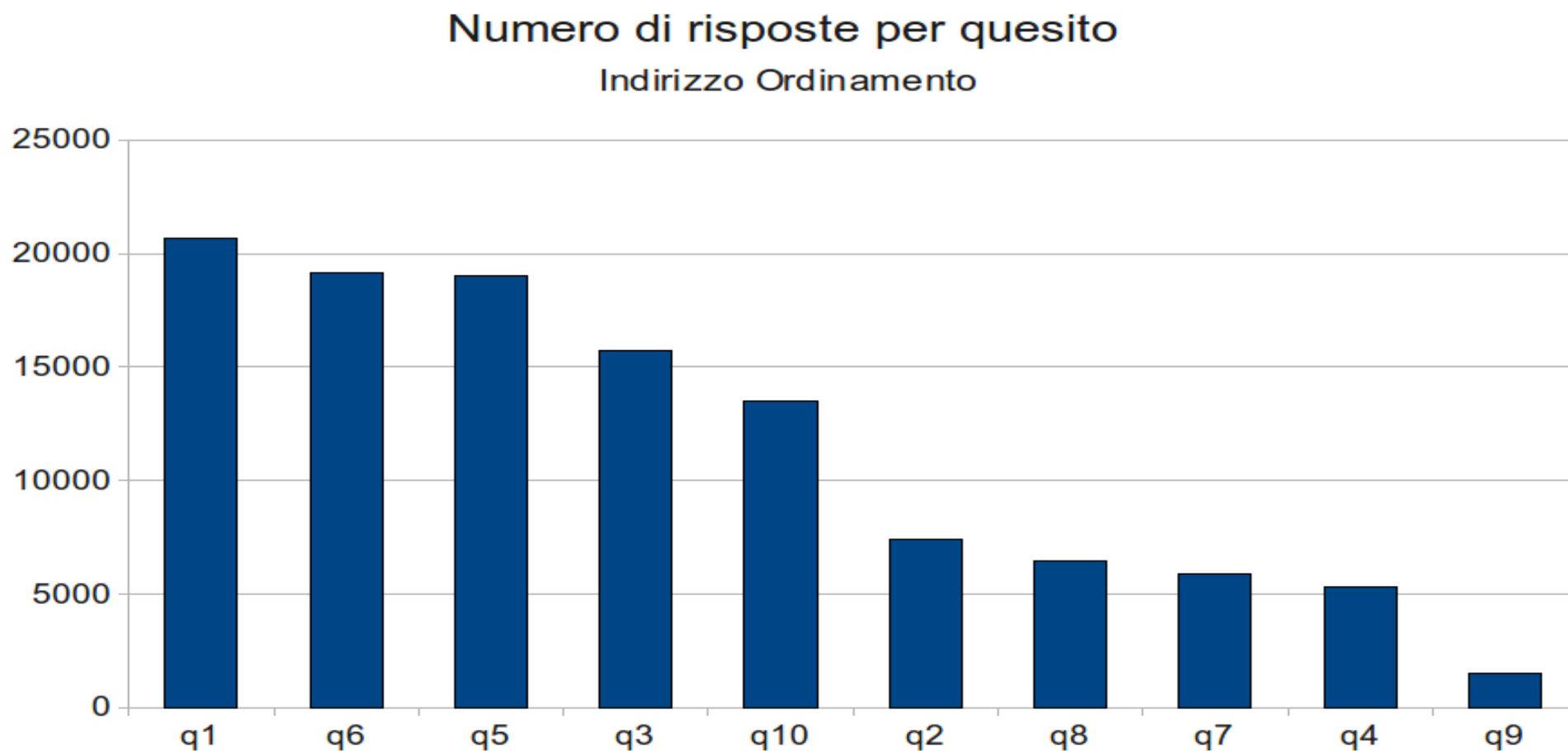
1. Si verifichi che la derivata di $f(x)$ è: $f'(x) = -\frac{x^n}{n!} e^{-x}$
2. Si dica se la funzione f ammette massimi e minimi (assoluti e relativi) e si provi che, quando n è dispari, $f(x) \leq 1$ per ogni x reale.
3. Si studi la funzione g ottenuta da f quando $n = 2$ e se ne disegni il grafico.
4. Si calcoli $\int_0^2 g(x) dx$ e se ne dia l'interpretazione geometrica.

PROBLEMA 2

In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy , si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^3 + kx$, con k parametro reale.

1. Si dica come varia il grafico di f al variare di k (k positivo, negativo o nullo).
2. Sia $g(x) = x^3$ e γ il suo grafico. Si dimostri che γ e la retta d'equazione $y = 1 - x$ hanno un solo punto P in comune. Si determini l'ascissa di P approssimandola a meno di 0,1 con un metodo iterativo di calcolo.
3. Sia D la regione finita del primo quadrante delimitata da γ e dal grafico della funzione inversa di g . Si calcoli l'area di D .
4. La regione D è la base di un solido W le cui sezioni con piani perpendicolari alla bisettrice del primo quadrante sono tutte rettangoli di altezza 12. Si determini la sezione di area massima. Si calcoli il volume di W .

Numero di risposte per quesito Indirizzo di ORDINAMENTO



I quesiti sono diversi per indirizzo. Solo cinque sono ricorrenti per tutti gli indirizzi.

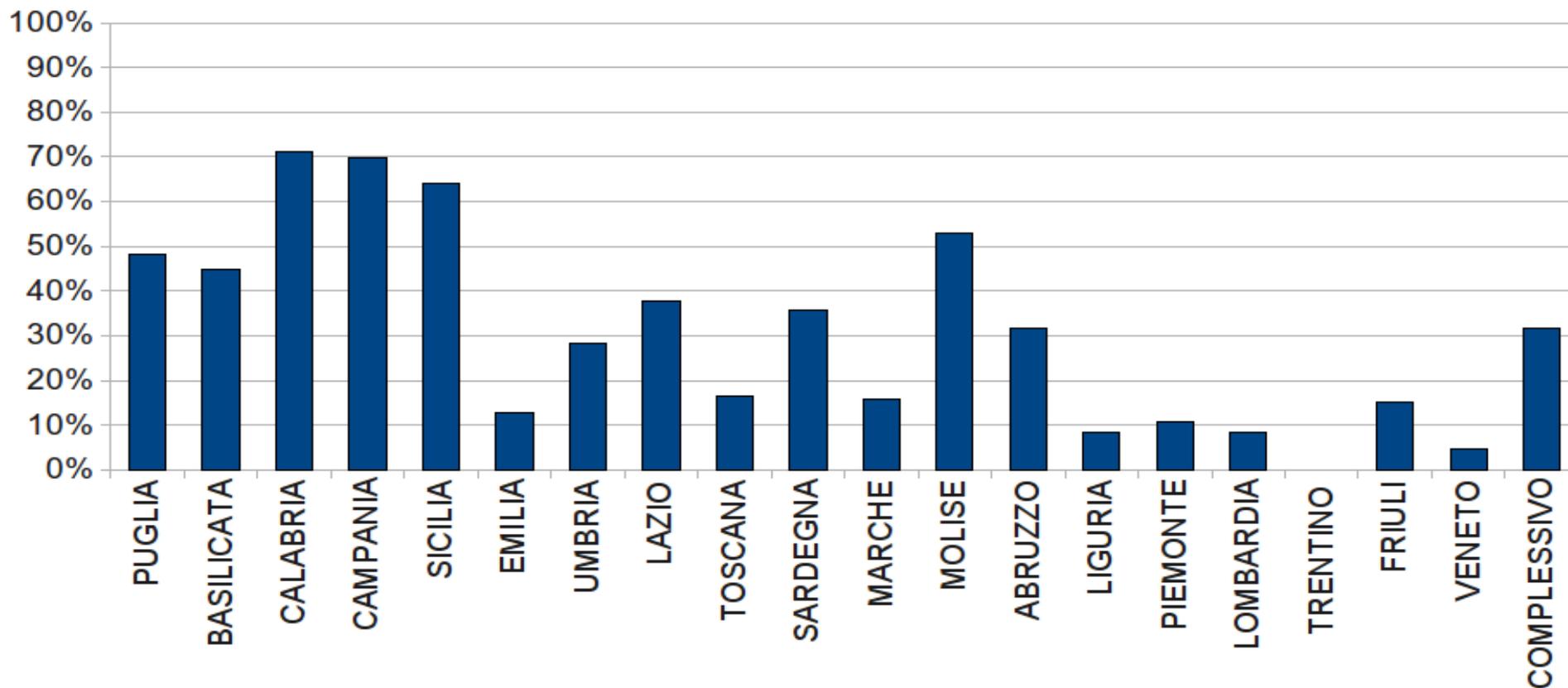
*Numero di risposte per quesito
Indirizzo PNI-BROCCA-AUTONOMIA*



I quesiti sono diversi per indirizzo. Solo cinque sono ricorrenti per tutti gli indirizzi.

Percentuale delle classi in cui è stato scelto uno stesso problema

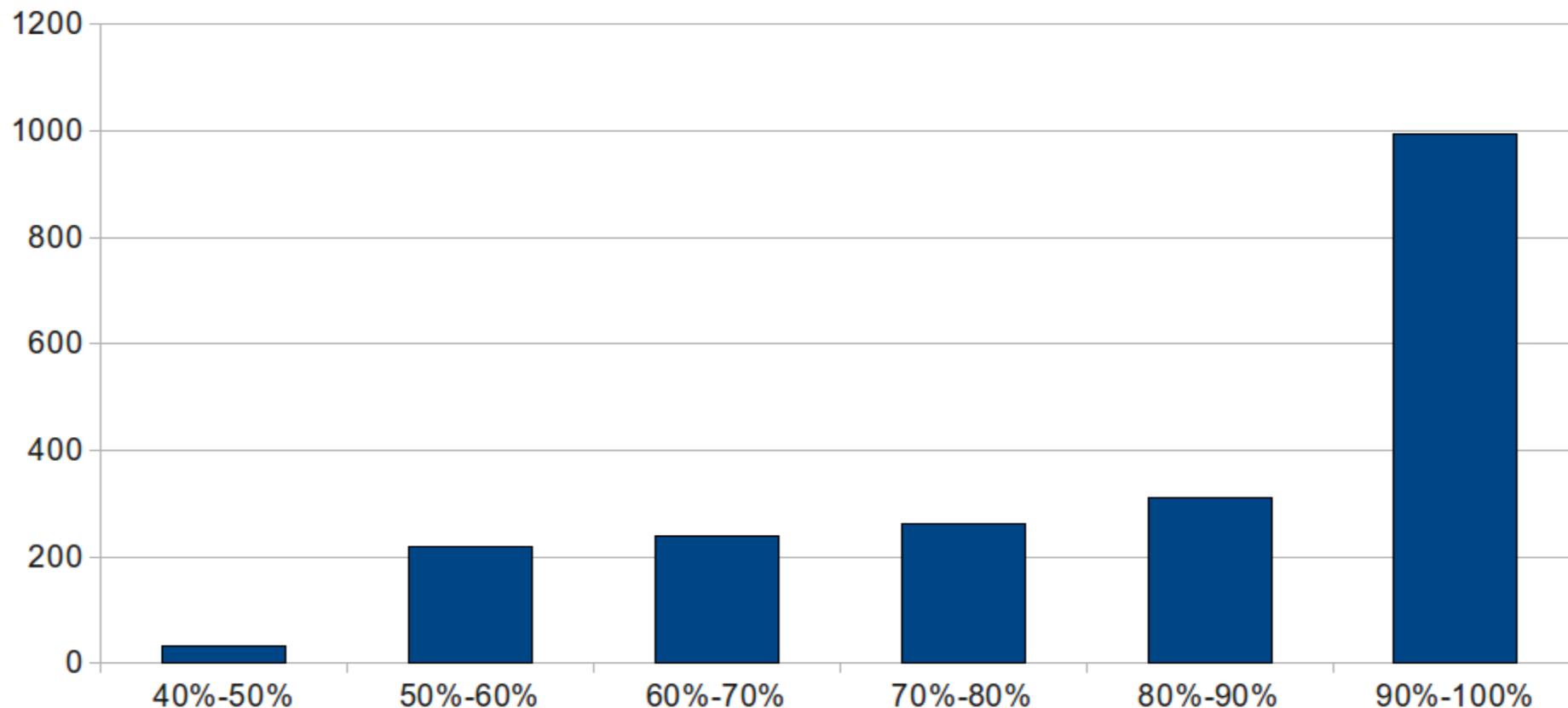
Percentuale delle commissioni in cui è stato scelto uno stesso problema



La percentuale è calcolata rispetto al numero di classi in ogni regione.

Polarizzazione verso la scelta di una certa traccia

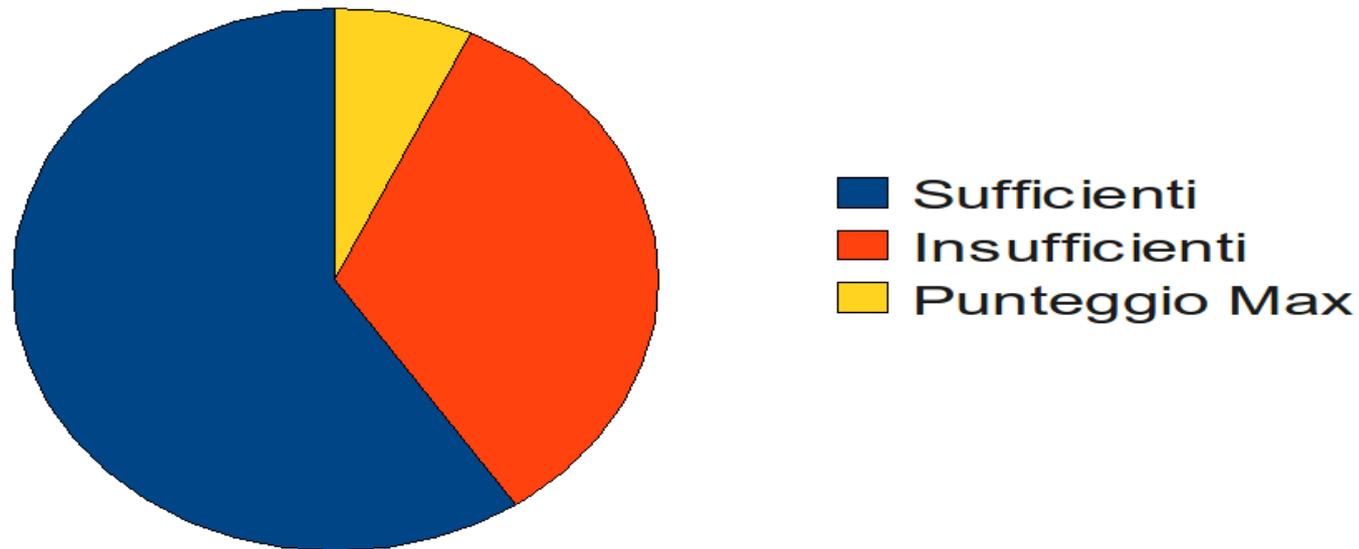
Polarizzazione verso la scelta di una stessa traccia



Sulle ordinate è riportato il numero di commissioni in cui la percentuale di studenti che hanno scelto una stessa traccia cade nella categoria indicata sulle ascisse.

Analisi delle sufficienze

Distribuzione dei risultati
Tutti gli indirizzi

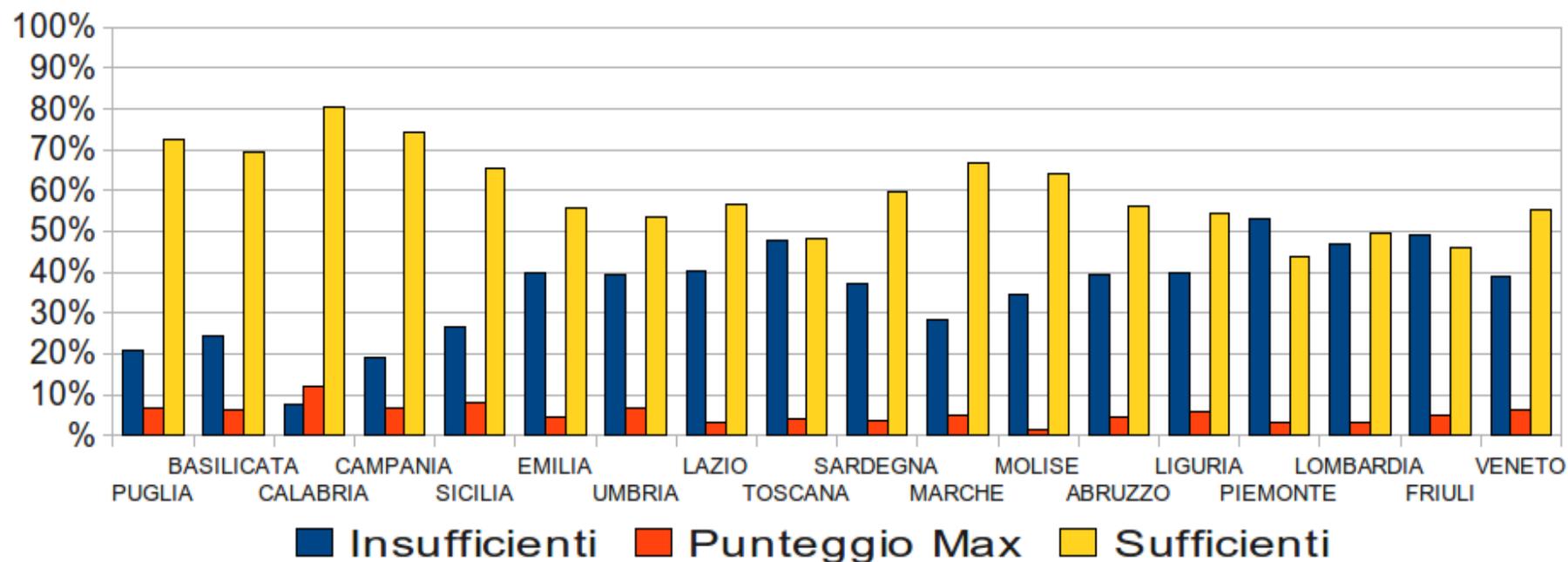


Risultati	N° Studenti	% Studenti
Sufficenti	27912	59,39%
Insufficienti	15848	33,76%
Punteggio Max	3219	6,85%

Sufficienti e insufficienti non equivalgono a studenti bocciati, ma a come sono stati valutati i compiti..

Risultati percentuali per indirizzo di Ordinamento

Andamento dei risultati
Indirizzo Ordinamento

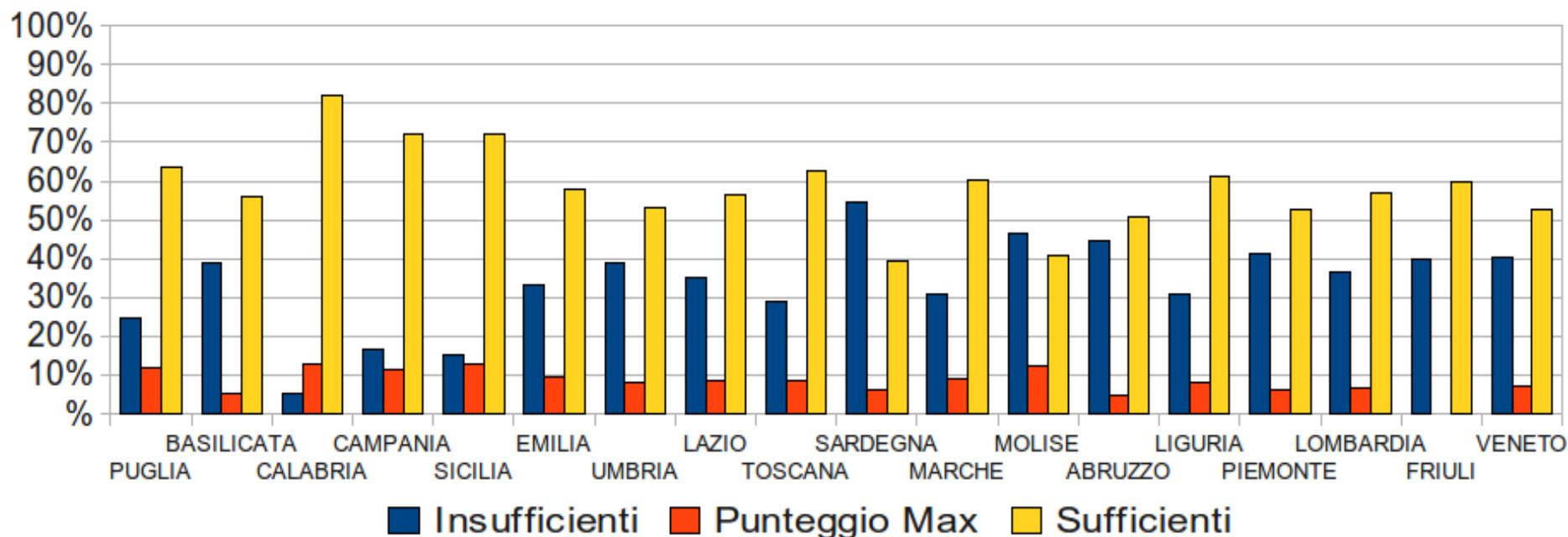


Sufficienze e punteggi massimi aumentano al SUD e al centro.

Risultati percentuali per indirizzo PNI-BROCCA-AUTONOMIA

Andamento dei risultati

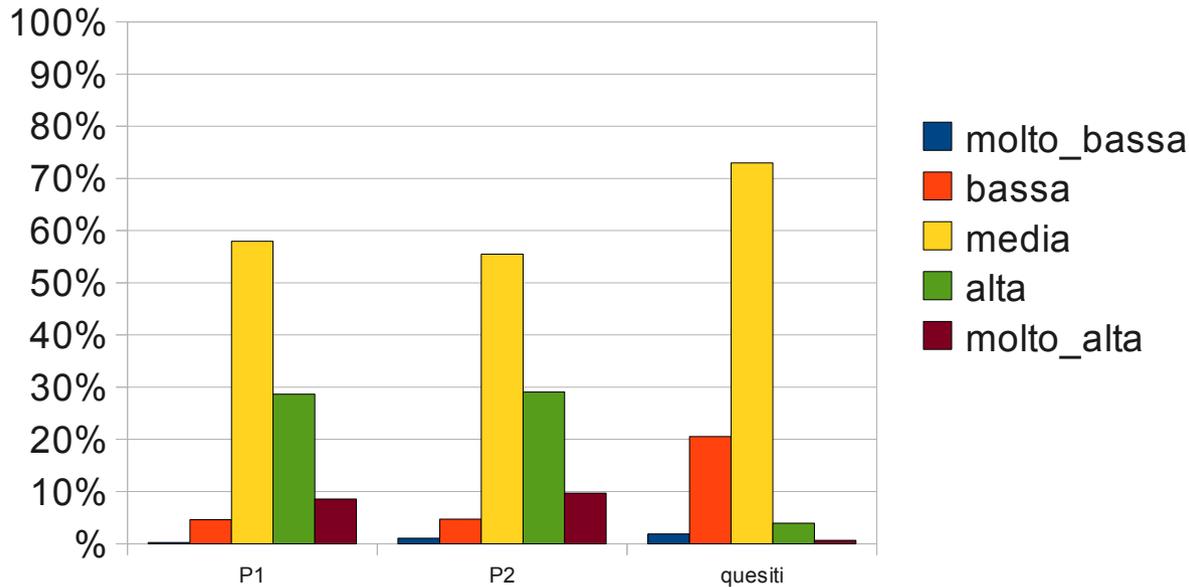
Indirizzo PNI-BROCCA-AUTONOMIA



Risultano leggermente incrementate ovunque le sufficienze. In misura più rilevante i punteggi massimi.

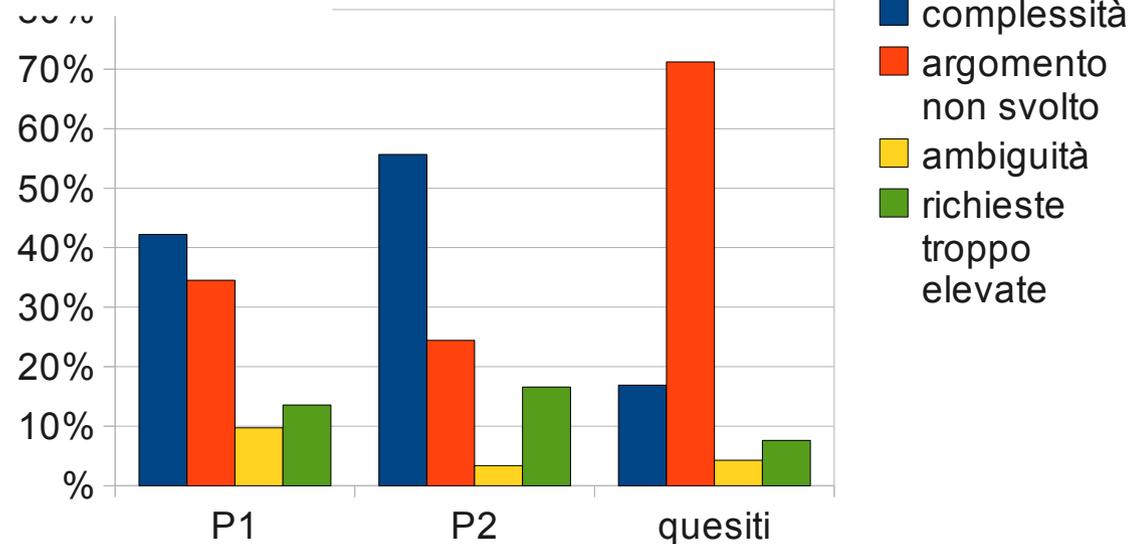
Difficoltà nell'affrontare Problemi e quesiti

Misura della difficoltà
Indirizzo di Ordinamento



- *Quesiti di difficoltà media*
- *Problemi di difficoltà medio-alta*

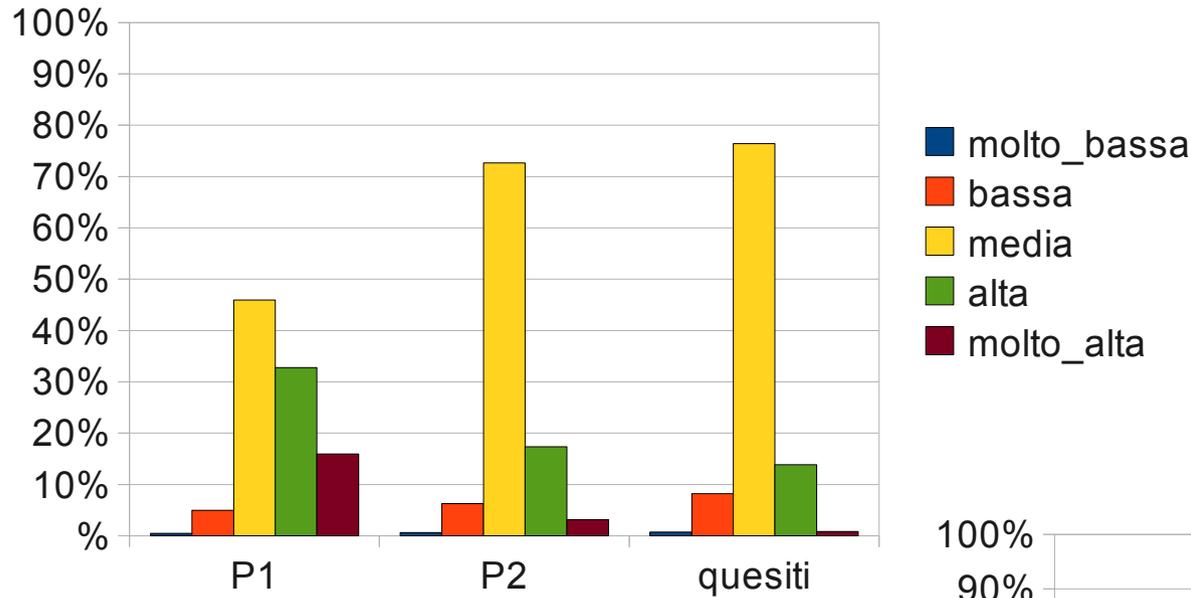
Motivazione difficoltà
Indirizzo di Ordinamento



- *Problemi complessi*
- *Argomenti non svolti per i quesiti*

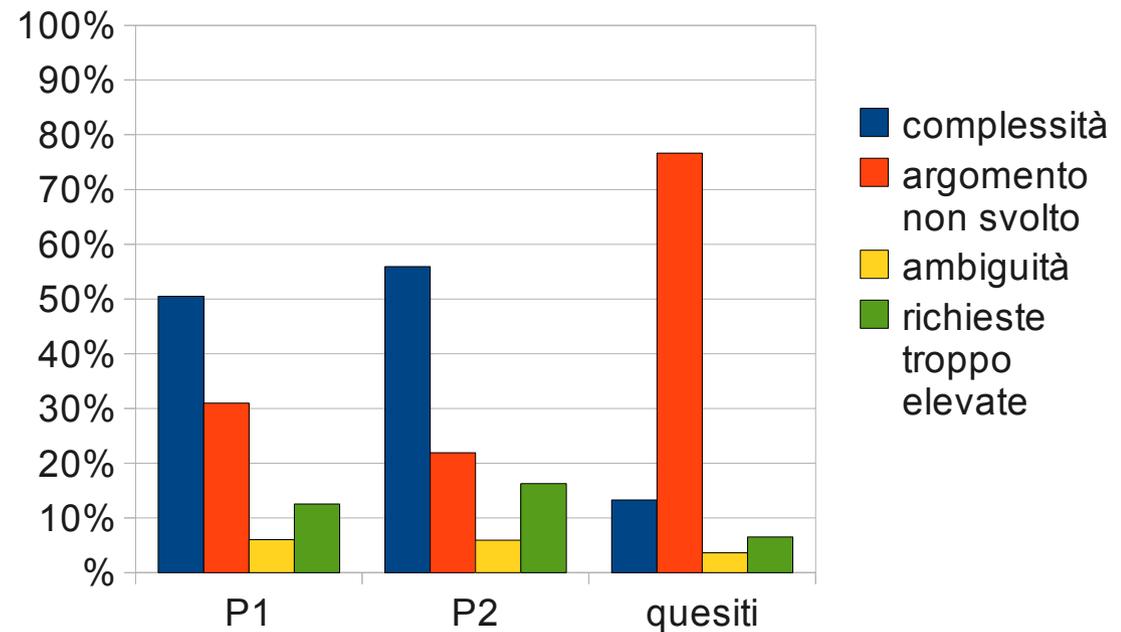
Difficoltà nell'affrontare Problemi e Quesiti

Misura della difficoltà
PNI-Brocca-Autonomia



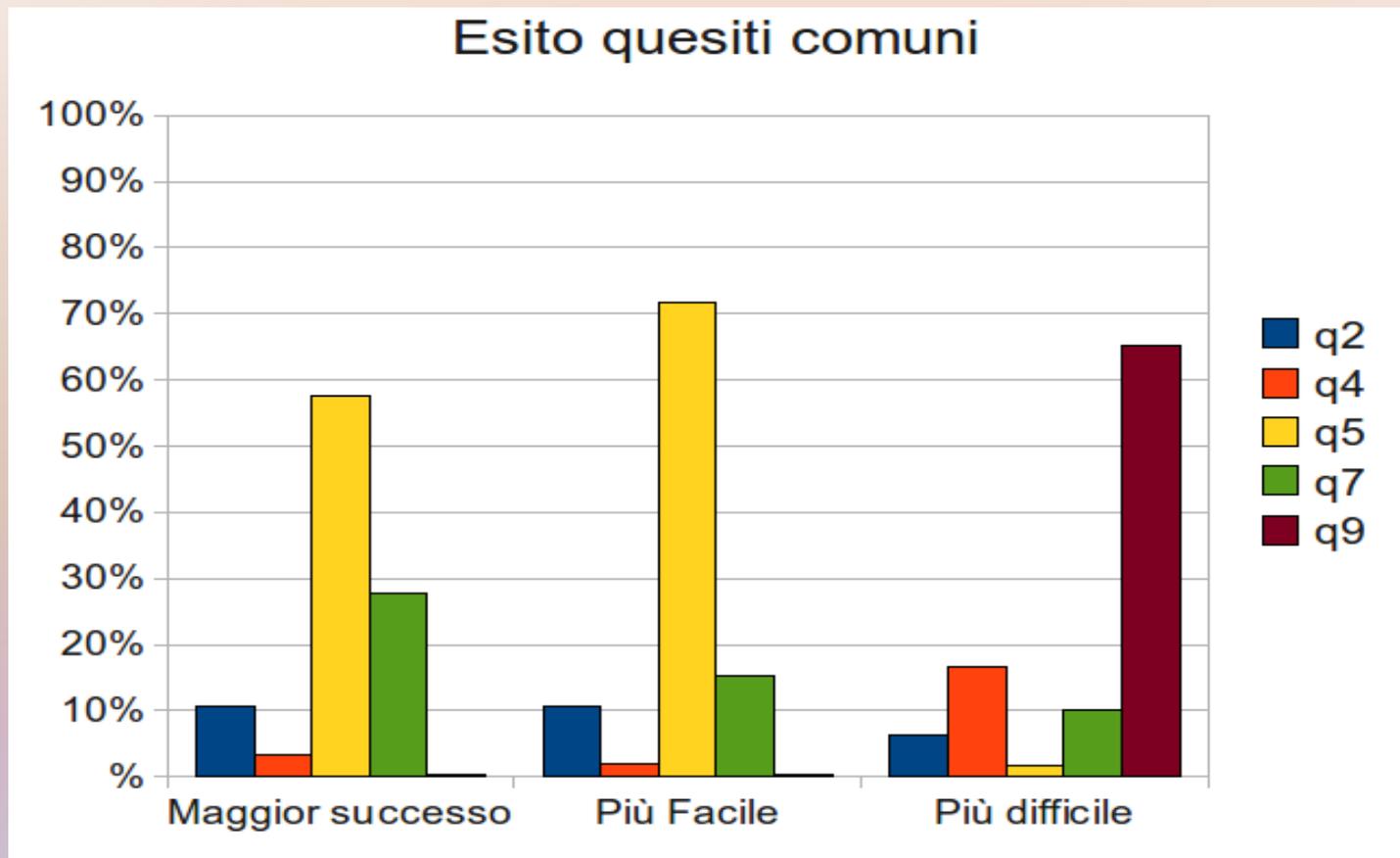
Maggiori difficoltà incontrate nell'affrontare il primo problema e i quesiti

Motivazione difficoltà
PNI-Brocca-Autonomia



- *Problemi complessi*
- *Argomenti non svolti per i quesiti*

Esito quesiti comuni ai diversi indirizzi di studi



- Il quesito 9 risulterà il più difficile in assoluto (**Scodella di Galilei**)
- Il quesito 5 risulterà il più facile per PNI-BROCCA-AUTONOMIA (**Forme indeterminate**)

Quesiti comuni

2

Sono dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Tra le possibili applicazioni (o funzioni) di A in B , ce ne sono di *suriettive*? Di *iniettive*? Di *biettive*?

4

“Esiste solo un poliedro regolare le cui facce sono esagoni”. Si dica se questa affermazione è vera o falsa e si fornisca una esauriente spiegazione della risposta.

5

Si considerino le seguenti espressioni:

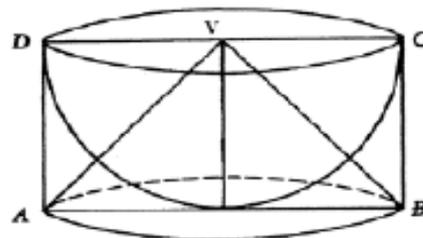
$$\frac{0}{1}; \quad \frac{0}{0}; \quad \frac{1}{0}; \quad 0^0$$

7

Si dimostri l'identità $\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \frac{n-k}{k+1}$ con n e k naturali e $n > k$.

9

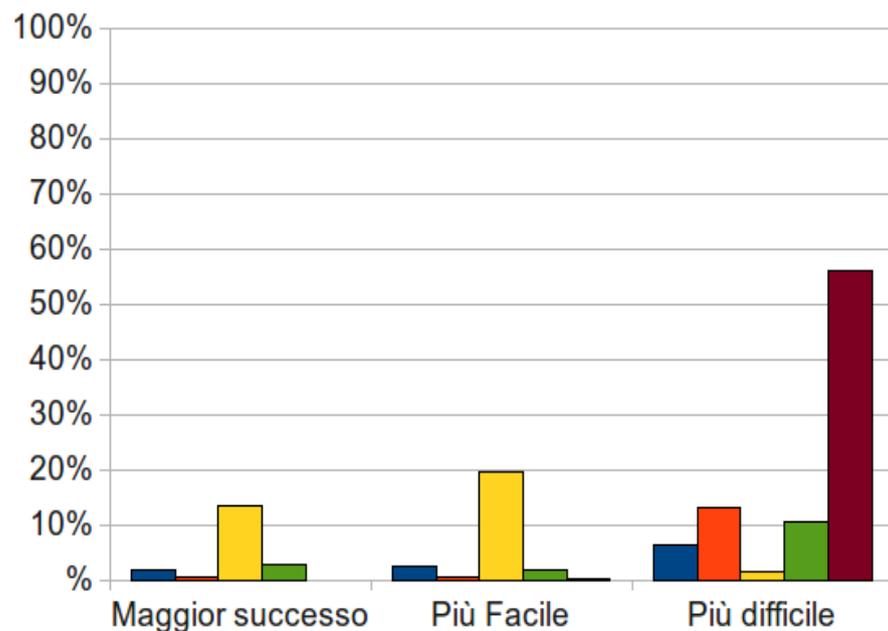
Nei “*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*”, Galileo Galilei descrive la costruzione di un solido che chiama scodella considerando una semisfera di raggio r e il cilindro ad essa circoscritto. La scodella si ottiene togliendo la semisfera dal cilindro. Si dimostri, utilizzando il principio di Cavalieri, che la scodella ha volume pari al cono di vertice V in figura.



Esito quesiti: confronto tra gli indirizzi

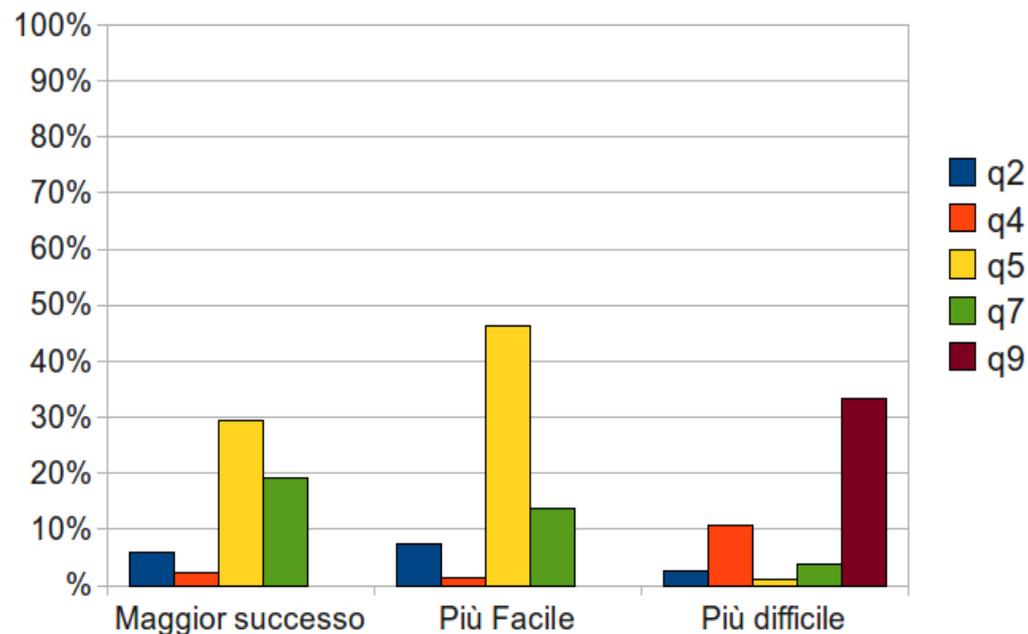
Risultati quesiti comuni

Indirizzo di Ordinamento



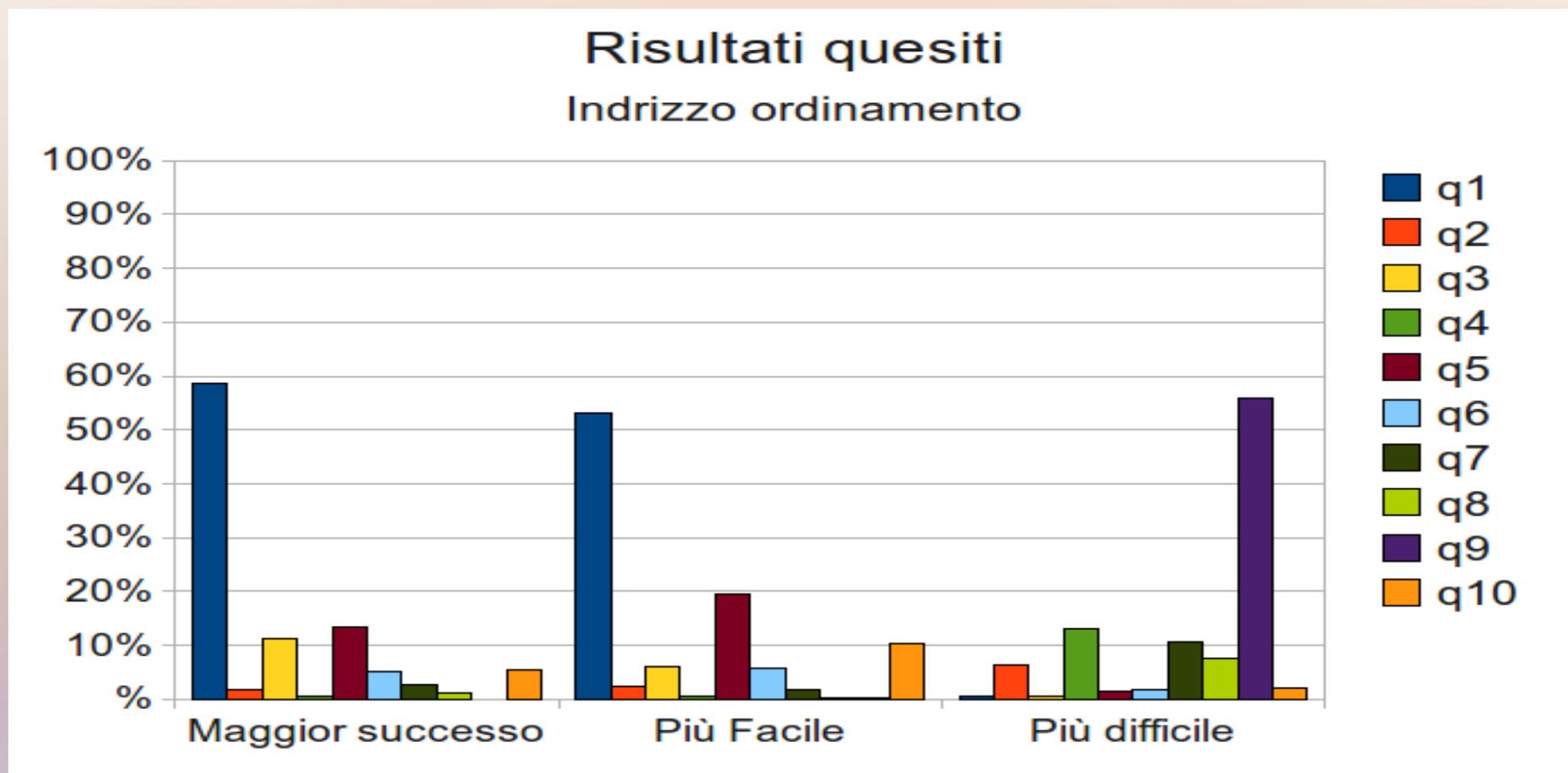
Risultati quesiti comuni

PNI-Brocca-Autonomia



Le difficoltà aumentano per l'indirizzo di Ordinamento

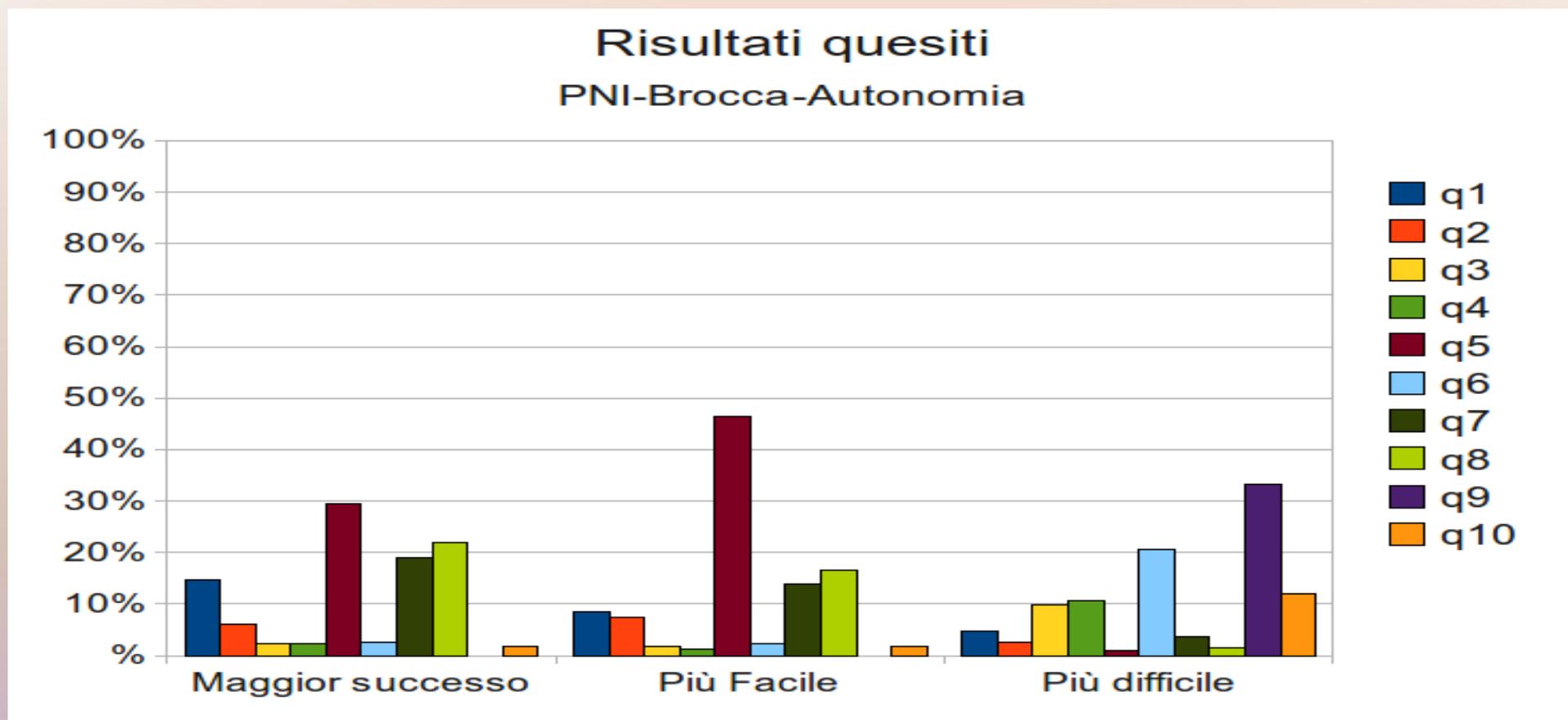
Esito quesiti per indirizzo di Ordinamento



*Il quesito 1 è considerato **più semplice** ed è risolto con **maggior successo** rispetto alle forme indeterminate*

Si trovi la funzione $f(x)$ la cui derivata è $\sin x$ e il cui grafico passa per il punto $(0, 2)$.

Esito quesiti per indirizzo PNI-BROCCA-AUTONOMIA



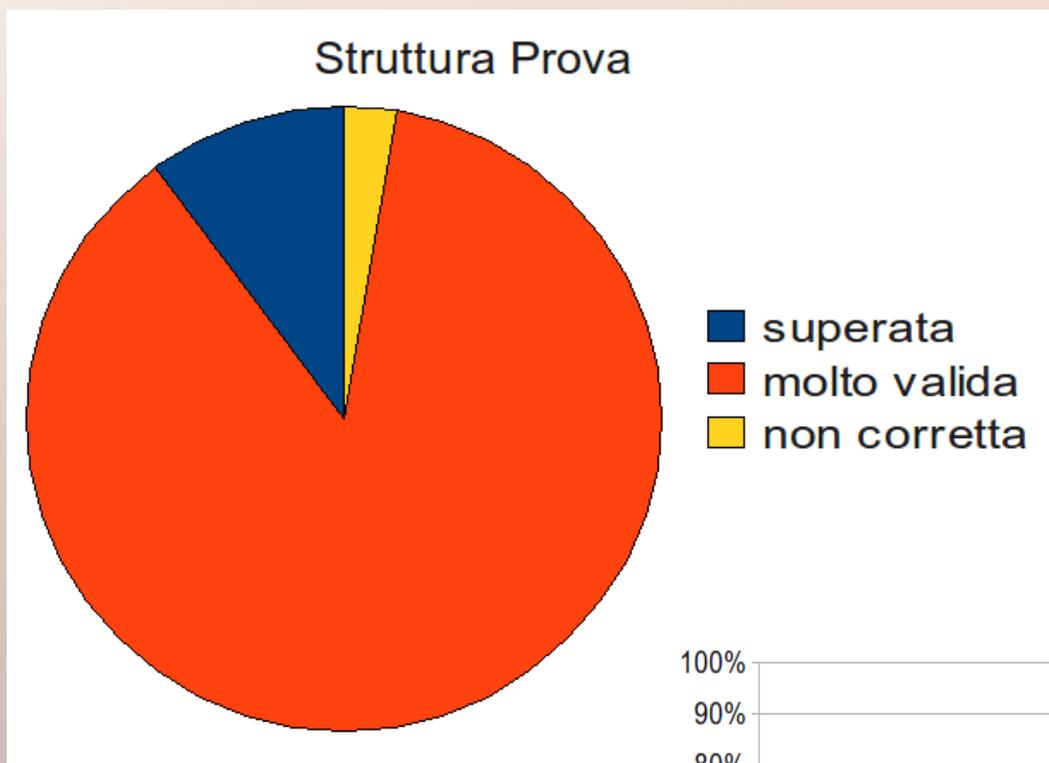
Il quesito 5 rimane il più semplice ed è risolto con maggior successo, altri quesiti sono risolti con successo.

5

Si considerino le seguenti espressioni:

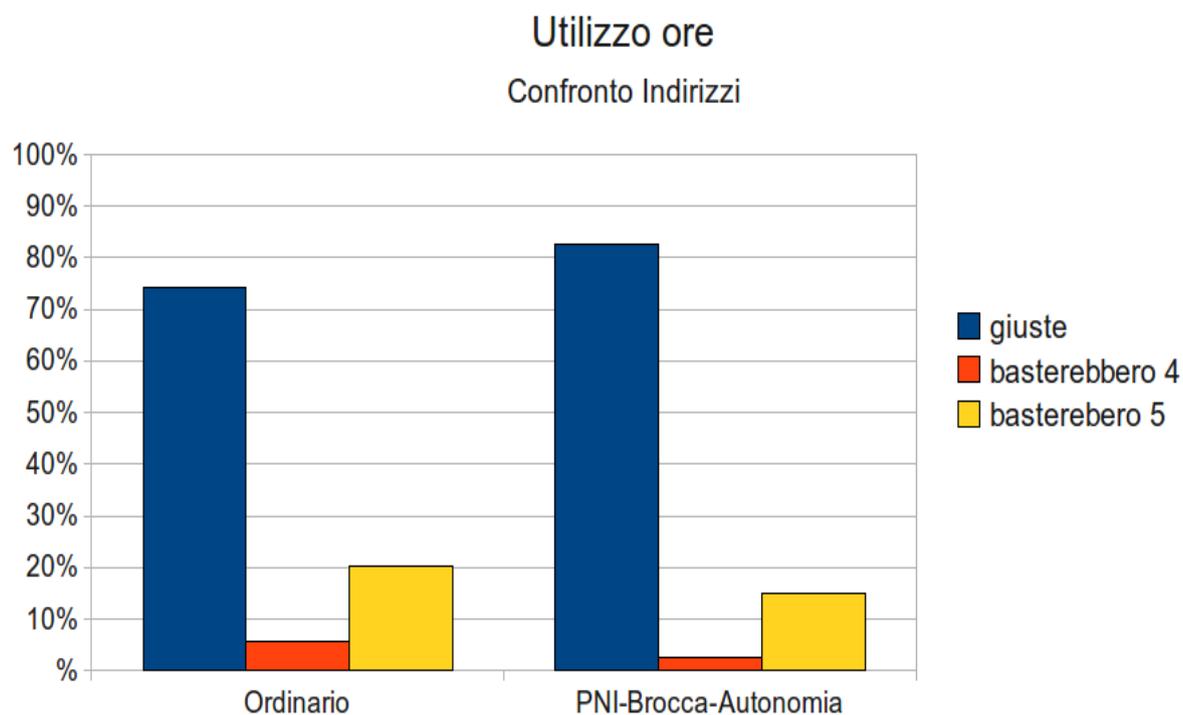
$$\frac{0}{1}; \frac{0}{0}; \frac{1}{0}; 0^0$$

Valutazione della strutturazione della prova



La maggior parte dei commissari valutano la **strutturazione** della prova in **problemi e quesiti** valida

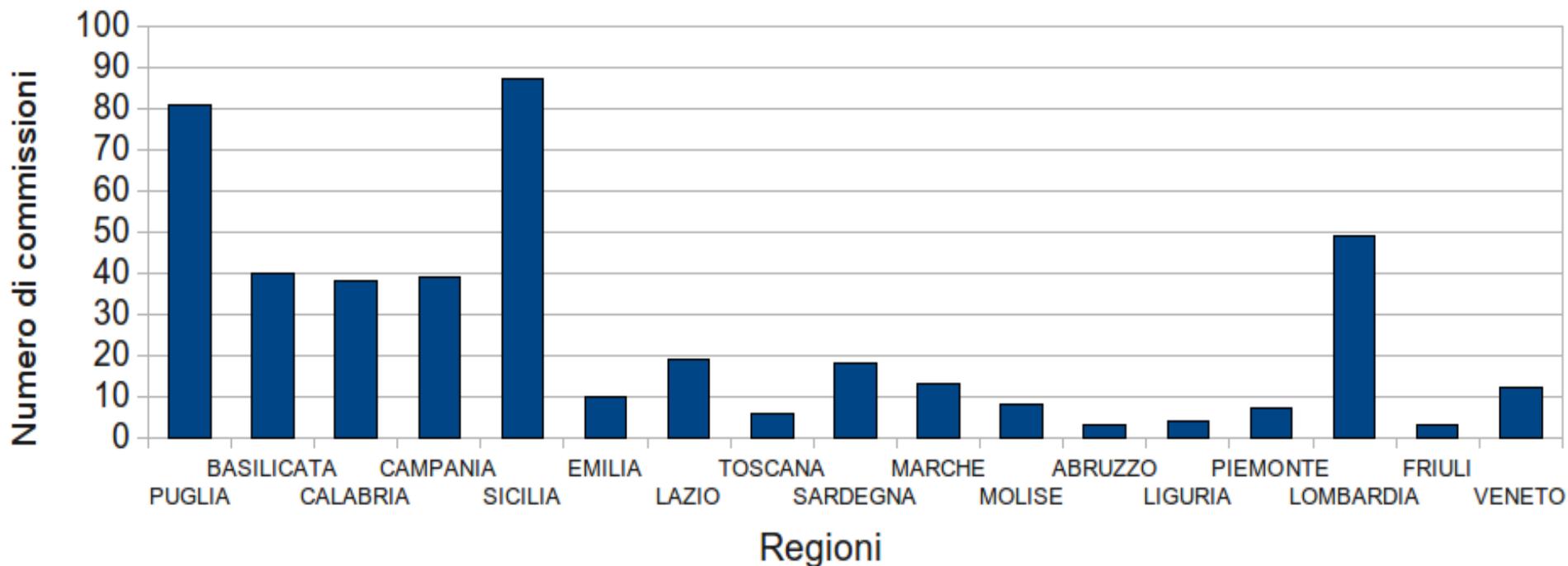
Il numero di ore è considerato giusto giusto



Utilizzo della Griglia di Valutazione nelle diverse Regioni

Utilizzo Griglia di Valutazione

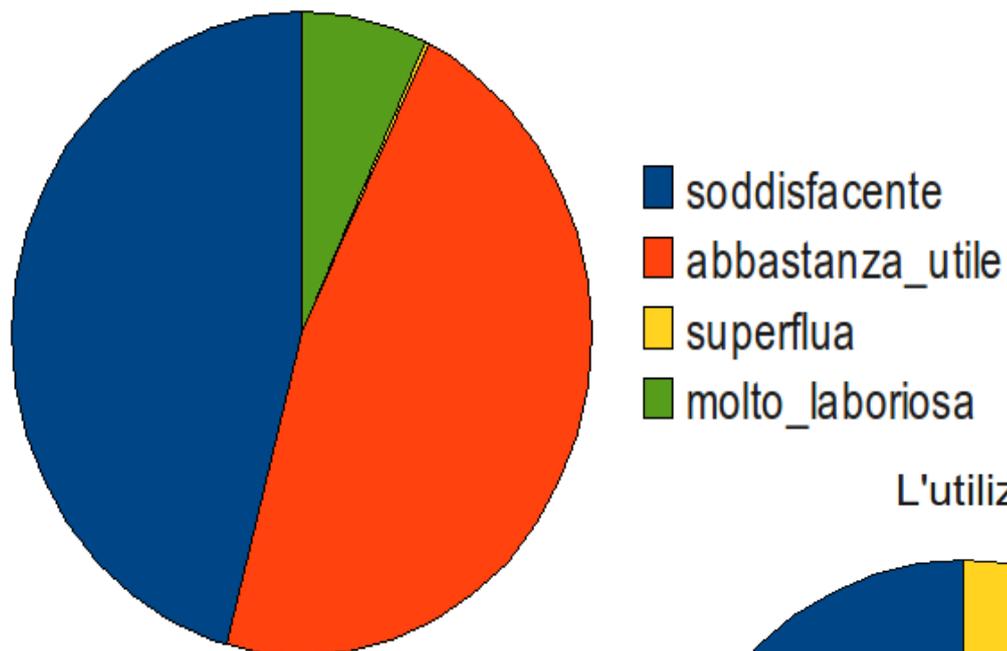
Numero di commissioni per regione



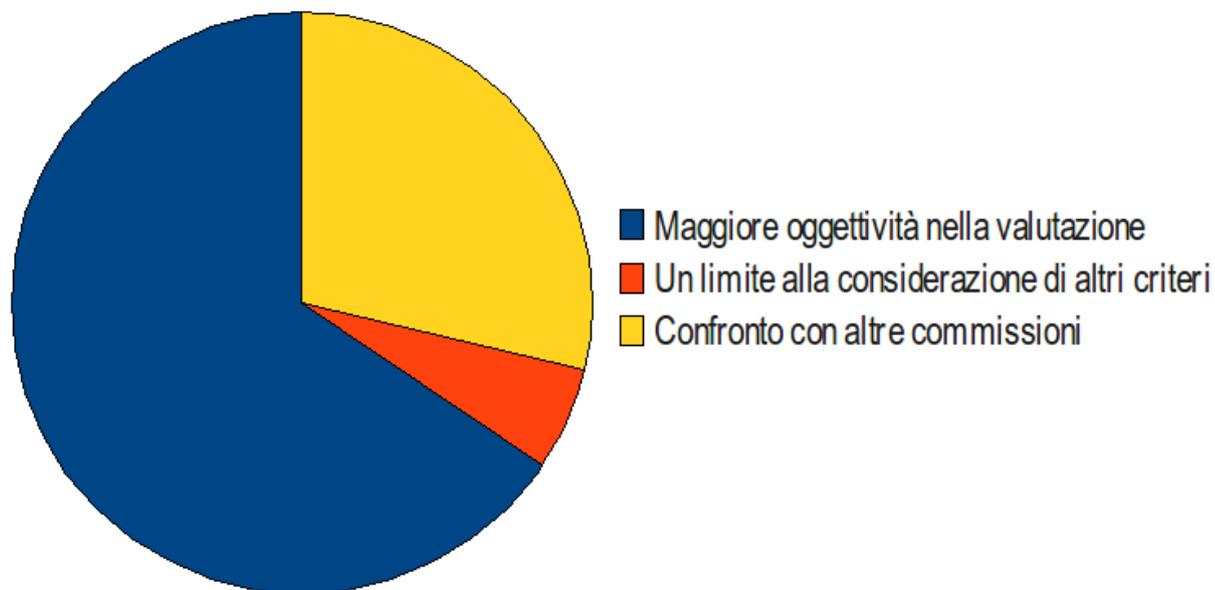
Griglia di valutazione utilizzata utilizzata molto più a sud e in lombardia, anche considerando la distribuzione dei candidati

Giudizio riguardo l'utilizzo della Griglia

Giudizio Griglia



L'utilizzo della Griglia ha comportato



Utilizzo della Griglia consente maggiore oggettività

Commenti dei commissari

- **Il questionario Matmedia si conclude con la richiesta di un commento libero sulla prova di matematica.**
- Quasi tutti i commissari hanno dato un contributo la cui lettura fornisce uno spaccato della situazione attuale dell'insegnamento della matematica nelle scuole ad indirizzo scientifico.

Chiave di interpretazione dei Grafici presentati ?

Dibattito sentito, opinioni contrastanti

- Finalmente una prova non ripetitiva negli argomenti trattati, non laboriosa di calcoli e relativa ad argomenti dell'intero triennio.
- Nonostante i risultati deludenti ottenuti dagli studenti esaminati il compito è sembrato più semplice nel panorama degli ultimi anni. I quesiti erano sicuramente facili.
- I problemi e i quesiti propongono spesso situazioni geometriche piuttosto complesse rispetto ai programmi di geometria affrontati nei licei.
- Scarse questioni squisitamente di analisi e quesiti di difficoltà troppo diverse.
- Argomenti marginali rispetto alla didattica vera svolta nei licei scientifici. Molti quesiti incentrati sul programma svolto in anni precedenti

Conclusioni

Le analisi statistiche condotte sugli esiti dello svolgimento del compito di matematica nei licei scientifici (ordinamento e sperimentazioni) ci informano che i nostri studenti sono mediamente competenti.

Infatti, la prova di matematica è risultata sufficiente per la maggioranza di essi; si può concludere che la loro preparazione specifica sia adeguata.

Eppure i nostri studenti:

- mostrano una sempre minore capacità di autonomia e di organizzazione del lavoro durante l'esame di stato.
- riferiscono di prove complicate e della loro difficoltà nel sostenerle senza l'aiuto di esperti
- continuano a risultare, nelle stime Europee, poco preparati rispetto a quelli di molti altri Paesi, e l'opinione pubblica ne è sempre più convinta come risulta dai frequenti sondaggi.