“Signor professore, Marco se la spassa con SUA moglie!”

Dal linguaggio comune al linguaggio scientifico: spunti per un percorso disciplinare

Graziella Cormaci, Caterina Paviglianiti,
Santa Pellicanò, Rita Peluso, Caterina Romeo

PREMESSA

Il lavoro che la sezione reggina presenta nasce da alcune riflessioni sulle difficoltà che gli adolescenti hanno in matematica quando devono affrontare lo studio dell’algebra o della logica.

Abbiamo formato un gruppo di lavoro, costituito da docenti di matematica che insegnano negli istituti tecnici e nei licei scientifici, poi abbiamo pensato ad un percorso che realisticamente potesse essere sviluppato a scuola con i nostri allievi e abbiamo riflettuto sulle difficoltà e gli errori più comuni che i nostri ragazzi hanno nel passare dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico, logico, formale. Abbiamo osservato che:

1. il primo ostacolo nello studio dell’aritmetica e dell’algebra è di ordine linguistico, infatti in generale non sanno organizzare un discorso, descrivere oggetti e situazioni, dare definizioni, riconoscere enunciati, seguire un ragionamento, argomentare la soluzione di un problema;
2. il rapporto tra la capacità di esprimere correttamente una frase nel linguaggio naturale e quella di formularla in linguaggio algebrico e viceversa è molto stretto.

Con queste premesse abbiamo sviluppato questo lavoro che si presta ad essere inserito in un percorso pluridisciplinare coinvolgendo le discipline di italiano, latino, inglese, storia dell’arte ed informatica a partire dal primo anno di scuola superiore di 2° e può essere implementato negli anni successivi anche con la filosofia.

1 Quale linguaggio si parla in aula?

Occorre fare una riflessione sul complesso rapporto che c'è tra l'esposizione della Matematica con l'intenzione di farla apprendere, il suo apprendimento consapevole, la necessità di comunicazione che si ha (nei due versi) in aula, il contratto di comunicazione che si instaura in aula e la "lingua comune".
L'acquisizione del "discorso scientifico" (le sue nozioni, i suoi concetti, ma anche i suoi modi linguistici peculiari) da parte degli studenti a causa del linguaggio "speciale" che esso richiede, è complessa, specie in contrasto con la lingua comune che utilizzano fuori dal contesto scolastico.
La matematica ha sviluppato una sorta di lingua particolare per trasmettere il suo pensiero indipendentemente da ogni influenza e all'interno delle aule scolastiche essa è influenzata, ben più di quanto potrebbe apparire a prima vista.
D'altra parte, siamo di fronte ad un evidente paradosso didattico che tormenta gli insegnanti sensibili il ***paradosso del linguaggio specifico***:

- ✓ **l'insegnamento è comunicazione** ed uno dei suoi scopi è di favorire l'apprendimento degli allievi; chi comunica deve far sì che il linguaggio utilizzato non sia esso stesso fonte di ostacoli alla comprensione; allora la soluzione sembrerebbe banale: evitare agli allievi quel linguaggio specifico e far avvenire la comunicazione nella lingua comune;
- ✓ **la Matematica ha un suo linguaggio specifico** (o, addirittura, ***è*** un linguaggio specifico); uno dei principali obiettivi di chi la insegna è di far apprendere agli allievi non solo a capire, ma anche a far proprio quel linguaggio specialistico; dunque, non si può evitare di far entrare a contatto gli allievi con quel linguaggio specifico, anzi: al contrario, occorre presentarlo (imporlo) perché lo facciano proprio.

Come risolvere questo paradosso?
Purtroppo un'abitudine consolidata di atteggiamento e di modi, assunta dalla tradizione e dai libri di testo, spinge alcuni insegnanti, a mescolare lingua comune, linguaggio matematico ed un altro subdolo registro linguistico che si situa tra i due: una sorta di "lingua scolastica" il cui argomento è la Matematica, il ***matematichese***; una specie di dialetto matematico che si usa in classe (D'Amore ,1993).
L'insegnante stesso subisce questo gergo, ne è vittima al pari dei suoi stessi allievi. Che vi sia una lingua speciale, usata e proposta nel fare Matematica in classe, o in alcuni libri di testo, e che lo studente adotta o tenta di adottare

credendola quella corretta, giusta, doverosa, da usare per obbligo… contrattuale nelle ore di Matematica, è facilmente verificabile.
Il libro di Matematica è l'unico che usa costrutti come "dicesi" (invece di "si dice"), "passante" (invece di "che passa"), "intersecantisi"… e che abbondi tanto di gerundi.
Così *la lingua comune ed il linguaggio della Matematica entrano duramente in opposizione tra loro, costituendo un vero e proprio ostacolo sia alla comprensione sia ad un uso il più possibile "naturale" e spontaneo del linguaggio matematico atteso dall'insegnante.*
Questa difficoltà si rivela soprattutto nel momento più critico, quello dell'adolescenza, quando gli allievi ancora non hanno acquisito del tutto la padronanza della lingua comune e tuttavia si trovano ad un livello scolastico tale che non è più possibile evitare che venga loro richiesto un uso davvero formale del linguaggio matematico.
È assodato che, spontaneamente, l'allievo tende a rifuggire dall'uso della scrittura simbolica. In generale, preferisce far uso della lingua comune, piuttosto che di simbolismo matematico e ciò avviene secondo tre strategie:

- ✓ descrivendo l'oggetto parola per parola, facendo riferimento a fatti temporali («la retta che ho tracciato *per prima*»);
- ✓ usando proprietà extra-matematiche per distinguere («il rettangolo grande/piccolo»);
- ✓ trovando proprietà descrittive in qualche cosa che potrebbe essere chiamata dislocazione nello spazio della pagina: «il rettangolo in alto/in basso; il quadrato di destra/di sinistra».

La matematica, fa un uso particolare del linguaggio, con il ricorso a termini definiti in modo rigoroso e utilizzati con univocità, assumendo che abbiano un unico significato possibile - beninteso all'interno dello specifico contesto matematico: il **linguaggio è uno strumento della matematica** che diventa efficace in quanto ciascun termine specialistico viene esplicitamente definito.
Essa inoltre più di altre discipline scientifiche, limita al massimo il ricorso a parole che non siano definite nel contesto d'uso.
Anche in un enunciato elementare come quello del Teorema di Pitagora

"*In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei due quadrati costruiti sui cateti*",

le parole non *matematiche* si limitano ad articoli e preposizioni, tutto il resto ha una definizione univoca.
Apparentemente, si tratta di una differenza essenziale tra il linguaggio usato dalla matematica e il linguaggio comune.

In quest'ultimo, il significato delle parole contiene in sé un'intrinseca incertezza che spesso sappiamo superare solo grazie al senso di una frase nel suo complesso, al confronto che anima un dialogo, all'approfondimento che ricaviamo da una discussione. (Esempi di qualche ambiguità "*una vecchia porta la sbarra*" oppure "*una vecchia coperta di pelo*"). Siamo abituati a gestire parole che assumono accezioni diverse, che sono portatrici di ambiguità e la comunicazione stessa riposa su tale ambiguità.
Viceversa, una definizione dovrebbe eliminare ogni margine d'incertezza, permettendo di utilizzare un termine secondo *il modo corretto*.

2 Che cosa è il linguaggio?

Un linguaggio è un insieme di frasi che permette la comunicazione tra più entità, in generale, con linguaggio s'intende la capacità d'uso e l'uso stesso di un qualunque sistema di simboli atti a comunicare.
Tutti i linguaggi hanno un loro **alfabeto**, cioè l'insieme di simboli che ognuno di essi utilizza. Accostando opportunamente i simboli otteniamo le **parole**, l'insieme delle parole di un linguaggio costituisce il suo **lessico o vocabolario.**
La **grammatica** di un linguaggio comprende l'alfabeto e l'insieme di regole indispensabili per formare le parole e raggrupparle in frasi corrette (sintassi e semantica).
Possiamo classificare i linguaggi in **naturali** e **formali**.
Il linguaggio **naturale** (scritto o parlato) consente di comunicare tra esseri umani. Esso è in continua evoluzione e presenta sinonimi, ambiguità, eccezioni, metafore ed allegorie.In esso

- ✓ ad ogni simbolo non corrisponde un solo significato;
- ✓ un simbolo trasmette molteplici significati in un singolo contesto.

I linguaggi **formali** sono quelli che vengono utilizzati per la comunicazione simbolica, ossia quella particolare comunicazione che utilizza simboli astratti applicati a situazioni concrete. In esso

- ✓ ad ogni simbolo corrisponde uno ed un solo significato;
- ✓ un simbolo racchiude lo stesso significato in qualsiasi contesto;
- ✓ una volta definito, il codice non può essere modificato dagli elementi che lo utilizzano.

Per queste caratteristiche i linguaggi formali si sono dimostrati utili nel campo della comunicazione uomo-macchina.

3 Struttura di un linguaggio formale.

Consideriamo un arbitrario insieme finito A ={a_1, a_2… a_n}, detto ***alfabeto***, i cui elementi sono detti ***simboli.***

Una ***parola* (o *stringa*)** su un alfabeto A è una sequenza finita di simboli appartenenti a A. La parola non contenente alcun simbolo è detta *parola vuota* e indicata con il simbolo ε.

L'insieme di tutte le parole generate da A si indica con A^*; se consideriamo l'insieme delle parole escludendo quella vuota lo indicheremo con A^+.

Si definisce *lunghezza della parola w* (denotata con l(w)) il numero di simboli che la compongono.

Date due parole $v = x_1 \ldots x_n$ e $w = y_1 \ldots y_m$, si dice ***prodotto di giustapposizione*** di v e w (e si indica come $v \cdot w$, da non confondere con il simbolo di moltiplicazione) la parola $z = x_1 \ldots x_n y_1 \ldots y_m$, data dalla concatenazione di v e w. Con $l(x \cdot y) = l(x) + l(y)$

Il prodotto di giustapposizione è una operazione binaria su A , che gode della *proprietà associativa* con ε elemento neutro e che rende A^* un monoide. Tale operazione non gode della proprietà commutativa. Infatti dati:

$A = \{a, \ldots, z\}$; $x, y \in A^* \mid x = sa \quad y = le$

si ha : $z = x \cdot y = sale$; $k = y \cdot x = lesa$.

Un ***linguaggio* L** è un qualunque sottoinsieme (finito o infinito) di A. Il linguaggio non contenente alcuna parola viene detto *linguaggio vuoto* e indicato con Ø.

I linguaggi sono sottoinsiemi di A*, quindi si possono applicare ad essi le usuali operazioni booleane: **Unione, Intersezione e Complemento**.

Dalla giustapposizione derivano inoltre altre due operazioni :

***Prodotto*:** dati i linguaggi L_1 e L_2 , il loro prodotto è il linguaggio $L_1 \cdot L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \text{ e } y \in L_2\}$.

***Chiusura di Kleene*:** dato un linguaggio L, la sua chiusura è il linguaggio

$$L^* = L^0 \cup L^1 \cup \ldots \cup L^k \cup \ldots$$

dove $L^0 = \varepsilon$ e $L^n = L \cdot L^{n-1}$, cioè il prodotto di L per sé stesso n volte.

La chiusura di Kleene definisce un insieme particolare di stringhe : quello che é possibile generare concatenando due stringhe di L, anche con ripetizioni. Ad esempio, se L fosse il linguaggio dei caratteri italiani e le due stringhe fossero "ba" e "da", l'insieme chiusura troverebbe al suo interno parole come "sbadato", "badante" ma anche "badaba", "dabadaba" etc..

Un linguaggio L si definisce **codice,** se ogni parola appartenente ad L^+ (insieme di tutti i messaggi che si possono scrivere con il codice) può essere decomposta in maniera univoca, come prodotto di parole di L. Il codice L possiede dunque l'importante proprietà di univoca decifrabilità, infatti, data una parola $w \in L^+$ (dove L è un codice) esiste uno e un solo modo di ottenere w come prodotto di parole di L. I codici non contengono ε.

4 Descrizione di un linguaggio.

Nel caso in cui il linguaggio sia costituito da un **numero finito di frasi** un metodo consiste nel rappresentarlo estensivamente elencando tutte le sue parole: $L = \{w_1, w_2 \ldots w_n\}$; la sua descrizione può quindi essere effettuata **per enumerazione**.
Nel caso in cui, invece il linguaggio è costituito da **un'infinità di frasi** tale criterio non può essere adottato. Se L è infinito, potremo rappresentarlo solo intensivamente, attraverso cioè una proprietà P(w), descrivibile con una quantità finita di informazione, che risulta vera solo su tutte le parole di L: $L=\{w \mid P(w)=1\}$ (**descrizione insiemistica**).
Due importanti metodi per rappresentare linguaggi infiniti sono quello ***generativo*** e quello ***riconoscitivo***.
Dal punto di vista **riconoscitivo**, un linguaggio L è descritto da un algoritmo che, avendo in ingresso una parola w, permette di individuare, fornita una parola in ingresso, se la parola appartiene o meno al linguaggio L. L'algoritmo calcola dunque la funzione caratteristica $\psi_L(x)$ del linguaggio L, prende come input il valore x (parola da controllare) e restituisce come output:

$$\psi_L(x)= \begin{cases} 1 & se \quad x \in L \\ 0 & se \quad x \notin L \end{cases} \tag{4.1}$$

Dal punto di vista ***generativo***, un linguaggio L è descritto mediante una procedura che genera in modo sistematico tutte le parole del linguaggio. Questa viene usualmente data attraverso un ***sistema generativo* (o *sistema formale* o *calcolo logico***), descritto da una relazione V(w,d), con w variabile su A* e d variabile su U*, dove U è un opportuno alfabeto. Tale relazione deve verificare le seguenti condizioni:

1. Se V(w,d) = 1 allora $w \in L$ (correttezza) e, se $w \in L$, allora esiste $d \in U^*$ per cui V(w,d) = 1 (completezza); se V(w,d) = 1 si suole dire che d è una dimostrazione (o testimone) di w.
2. V è calcolabile da un algoritmo , esiste cioè un algoritmo che, avendo in ingresso le parole w e d, dà in uscita 1 se V(w,d) = 1, 0 se V(w,d) = 0.

La varietà di un linguaggio, in particolare naturale, deriva dalla possibilità di combinare i suoi elementi in infiniti modi. Per definire la sua sintassi occorre descriverne formalmente la struttura e la determinare una grammatica.
La grammatica di un linguaggio è definita elencando:

- ✓ l'insieme *St* dei **simboli terminali** (oggetti che devono essere ulteriormente definiti)**;**
- ✓ l'insieme *Snt* dei **simboli non terminali** (componenti che non devono essere definite e che sono direttamente utilizzabili nel linguaggio)
- ✓ un insieme di regole (sintattiche);
- ✓ un simbolo iniziale speciale ***(start symbol)*** non terminale.

Le regole della grammatica stabiliscono come sono disposti gli elementi terminali in una frase corretta.
Una frase corretta che segue le regole di costruzione di un linguaggio è anche nota come **costrutto o produzione** del linguaggio stesso.
Lo **start symbol** è l'elemento iniziale dal quale parte il processo a catena per la definizione degli altri elementi, fino ad arrivare a quelli che utilizziamo nel linguaggio, ovvero quelli terminali. Nei linguaggi naturali l'elemento iniziale è l'elemento *frase*.
Invece nei linguaggi artificiali, l’elemento iniziale è l'oggetto *programma sorgente*.
Nei linguaggi artificiali le grammatiche impiegate sono quelle **non contestuali,** in cui le regole delle frasi definiscono gli elementi non terminali in funzione di altri elementi, sia terminali sia non terminali. Esse infatti generano frasi interpretabili, prima dal programmatore e in seguito dal compilatore, senza ambiguità.

5 Dal linguaggio naturale a quello algebrico

Gli studenti, hanno **difficoltà in algebra** (si pensi alla comprensione del testo di un problema).
Il linguaggio algebrico è un linguaggio simbolico, eppure parlano fluentemente la madre lingua che è anch’essa simbolica.
Allora sorgono spontanee queste domande:

- ✓ Il linguaggio algebrico è semplicemente un linguaggio?
- ✓ Quali mezzi sono usati per trasmetterlo?
- ✓ Come si presentano le sue frasi?

- ✓ Come è acquisito?
- ✓ È veramente acquisito dal linguaggio parlato degli studenti?

Nel linguaggio algebrico ci sono componenti sintattiche e semantiche: dopo un po' gli studenti scivolano verso la prima. Infatti lo usano soltanto per la manipolazione (sintassi). "Riempiendo una pagina di simboli", non pensano che stanno comunicando qualcosa.

Ma nessuno chiamerebbe un sistema di simboli, linguaggio se non avesse nessuna componente semantica. Nessun linguaggio è usato solo per manipolare le sue stesse "parole". È ragionevole vedere il sistema dei simboli algebrici non come un linguaggio del tutto separato, ma come un sottoinsieme scritto telegraficamente del linguaggio naturale.

Nell'insegnamento della matematica concorrono almeno tre registri linguistici, il

- ✓ *linguaggio simbolico* dell'aritmetica, dell'algebra e dell'analisi;
- ✓ *linguaggio specialistico* che descrive oggetti e relazioni della matematica;
- ✓ *linguaggio naturale*, colloquiale, che ne veicola la comunicazione e permette la relazione didattica.

La confusione tra questi diversi registri, così come la non esplicitazione di alcune regole dei linguaggi simbolico e specialistico, può nuocere all'apprendimento.

6 La costruzione di un linguaggio condiviso

Il linguaggio simbolico è prevalentemente scritto e raramente si confonde con gli altri. Il linguaggio specialistico e quello naturale si confondono invece con maggiore frequenza e in classe va trovata una condivisione, che dipende anche dal contesto.

Quando per esempio si opera con un'equazione è preferibile non usare frasi come '*passo questo termine dall'altra parte…*' non soltanto perché nasconde l'operazione sottostante, ma soprattutto perché, nascondendola, genera l'errore di confusione tra il caso additivo e quello moltiplicativo. Per il quale,l'equazione

$$2x=0$$

ha come soluzione

$$x = -2$$

Quindi il linguaggio condiviso, quando si esprime in un contesto specialistico, deve riconoscere tale contesto e regolarsi di conseguenza.

Anche il linguaggio simbolico presenta ambiguità che sono alla base di molti errori.

Nelle espressioni, a differenza che nella scrittura, il cui ordinamento lineare riproduce la linearità nel tempo del parlare, l'ordine di esecuzione delle operazioni non è determinato dall'ordine in cui sono scritte, ma dalle parentesi e, in subordine, dall'ordine predeterminato delle operazioni. Nella scrittura

$$1+2\times 3$$

la moltiplicazione, pur scritta dopo, va effettuata prima.
Il linguaggio semi-formale della matematica**,** che non è un linguaggio naturale, non si presenta quindi né come un linguaggio del tutto artificiale, quale un linguaggio di programmazione, né come un sistema perfetto di regole determinate e deterministiche.
Esso, in quanto risultato di una evoluzione storica in cui nuove regole e nuove simbolismi si sono via via aggiunti ai precedenti, non presenta una placida e totale coerenza.
Per esempio, le notazioni funzionali sono a volte prefisse altre suffisse

$$\sqrt{a+b}$$

oppure

$$(a+b)^2$$

I processi del pensiero algebrico si sviluppano attraverso l'equilibrio tra opposte polarità:

- ✓ **linguaggio naturale – scrittura simbolica:** la traduzione tra i due linguaggi non è uno ad uno;
- ✓ **sintassi – semantica:** il linguaggio naturale permette un ottimo controllo semantico che non viene mantenuto quando si passa ad un linguaggio simbolico dove prevalgono gli aspetti sintattici del linguaggio. In algebra la sintassi deve diventare il sostegno attivo di nuove forme di pensiero ma potrà farlo solo se essa riuscirà ad incorporare nelle sue forme i tratti semantici essenziali;
- ✓ **relazionale – procedurale:** questa contrapposizione permette di cogliere il passaggio dai calcoli , dai tentativi numerici alla sintesi di tutto ciò in una formula.

Il linguaggio algebrico andrebbe insegnato analogamente alle lingue naturali. occorrerebbe insegnare

- ✓ grammatica e sintassi (nel nostro caso analisi dei termini, segni, convenzioni di scrittura per la generazione di espressioni, regole di trasformazione),

- ✓ a tradurre da un linguaggio ad un altro (leggere interpretare formule in linguaggio algebrico e viceversa, esprimere in formule proposizioni del linguaggio ordinario)
- ✓ ad esprimere le proprie idee nel nuovo linguaggio (argomentare e dimostrare tramite formule e loro trasformazioni algebriche), affrontando nel corso degli anni questioni via via più complesse che richiedono una conoscenza ed uso del linguaggio algebrico sempre più approfonditi.

7 Dal linguaggio naturale al linguaggio della logica

Per poter valutare la correttezza di un ragionamento, di una deduzione, di un argomentazione espresse in linguaggio naturale è utile selezionare una struttura logica del discorso naturale, eventualmente lasciando perdere altri aspetti.
Questa operazione, porta alla costruzione di un linguaggio artificiale, *quello della logica dei predicati.*

Esaminando il linguaggio naturale si può notare la presenza di connettivi che hanno la funzione di combinare proposizioni semplici contribuendo al valore di verità della proposizione composta:

"S*e Carlo è ligure allora è gentile*"

"O*ggi c'è il sole oppure il 7 marzo 1999 piove*"

"*Carlo è piemontese e non è nato a Torino*"

I termini naturali "se ...allora ...", "oppure" , "e" , "non" hanno un ruolo centrale nella combinazione logica delle proposizioni e ad essi si possono associare i simboli
$\neg$ (non) $\wedge$ (e) $\rightarrow$ (se…allora) $\vee$(o,oppure) (detti connettivi proposizionali)

Ogni espressione linguistica per la quale abbia senso chiedersi se è vera o falsa viene detta proposizione .
Essa può risultare *semplice* (o *atomica*) se non contiene parti che sono a loro volta proposizioni, *composta* altrimenti.

Una espressione del linguaggio con cui si ottiene una proposizione composta a partire da una o più proposizioni date viene detta connettivo.
Tali connettivi saranno individuati da particolari simboli quali:

$\neg$ per la negazione

$\wedge$ per la congiunzione

$\vee$ per la disgiunzione inclusiva

$\oplus$ per la disgiunzione esclusiva

$\rightarrow$ per il condizionale “se…allora”

$\leftrightarrow$ per il bi condizionale “se e solo se”

Inoltre si usano preferibilmente le lettere
P, Q, R, . . . per predicati e relazioni
f, g, . . . per funzioni
a, b, c, . . . per costanti (nomi propri)
x, y, . . . con o senza indici, per variabili.

E si introducono due simboli che si chiamano quantificatori, $\forall$ (universale) e $\exists$ (esistenziale) che si premettono alle formule con variabili per segnalare che, nel loro raggio d'azione determinato dalle parentesi, le variabili stesse devono essere intese nel senso di “tutti" ovvero nel senso di “qualcuno".

Un insieme rilevante di enunciati naturali può essere tradotto nel linguaggio della Logica (tenendo presente che le forme della traduzione non sono univoche, e che l' esattezza della traduzione non sempre è valutabile). Esempio:

Se un docente insegna a studenti di logica allora deve essere coraggioso
diventa

□x[(*D*(x) □□y(*S*(y) □*L*(x,y)) → *C*(x)]

D(x) sta per "x è un docente"
S(y) sta per "y è uno studente di logica"
C(x) sta per "x è coraggioso"
L(x,y) sta per "x insegna a y".

8 Dal linguaggio naturale a quello artificiale

Le lingue naturali sono quelle che si apprendono spontaneamente da bambini, di cui ci si serve nella vita quotidiana, che si tramandano da generazione a generazione con modifiche minime, tanto da far si che una trasformazione radicale richieda in genere tempi lunghissimi.

I linguaggi artificiali, invece, sono sistemi di segni che qualcuno ha inventato con uno specifico intento.

Un esempio di linguaggio artificiale è il linguaggio di Programmazione, che può essere definito come *il mezzo che ci permette di comunicare al computer la sequenza di operazione da effettuare per raggiungere un obiettivo prefissato*. Esso

- ✓ è un linguaggio intermedio tra il linguaggio macchina e quello naturale
- ✓ descrive gli algoritmi con una ricchezza espressiva comparabile con quella dei linguaggi naturali, ma non è ambiguo;
- ✓ descrive gli algoritmi in modo rigoroso.

Per stabilire se una frase appartiene o no ad un linguaggio formale si utilizza una macchina detta **automa.**
Si tratta di un dispositivo in grado di eseguire da solo, in modo automatico, senza l'intervento di una persona, una sequenza di azioni stabilite in precedenza. È dotato di meccanismi per acquisire elementi dall'esterno e produrre elementi verso l'esterno: durante il funzionamento inoltre all'interno può assumere stati diversi tra loro.
Tra i tanti automi che ci circondano possiamo osservare lo sportello di una banca, o il distributore di sigarette, o quello di medicinali.

Dal punto di vista formale un automa viene quindi definito come un insieme di 5 elementi:

1. l'alfabeto dei simboli di input (insieme dei simboli che riceve, riconoscendoli) : I = $\{i_1, i_2, ...i_n\}$
2. l'alfabeto dei simboli di output ('insieme dei simboli che comunica verso l'esterno) : U = $\{u_1, u_2, ...u_n\}$
3. l'insieme dei possibili stati che può assumere, le sue situazioni più importanti durante il funzionamento : S = $\{s_1, s_2, ...s_n\}$
4. la funzione degli stati successivi, cioè la relazione che indica lo stato assunto dall'automa quando, trovandosi in un determinato stato, accetta dall'esterno un determinato simbolo di input:
$$\{i_t, s_{t-1}\} \xrightarrow[F]{} s_t$$
5. la funzione delle uscite, cioè la relazione che indica il simbolo che viene emesso verso l'esterno, in corrispondenza di un determinato stato e di un determinato simbolo di input :
$$\{i_t, s_{t-1}\} \xrightarrow[G]{} u_t$$

Esempio storico di automa che utilizza l'algebra di Boole è la **macchina di Turing** - automa esistente unicamente a livello teorico - con la quale venne dimostrata formalmente la possibilità di eseguire qualsiasi algoritmo: una procedura di calcolo o, più in generale, la sequenza delle operazioni necessarie per risolvere un problema in un numero finito di operazioni. Si aprì la strada al campo di quelle ricerche informatiche che prendono il nome di intelligenza artificiale e l'algebra di Boole si rivelò di fondamentale importanza nella progettazione degli odierni computer.

Riferimenti bibliografici

[1] A.Lorenzi, D.Rossi, *Le basi dell'Informatica,* Atlas.

[2] Agazzi E., 1990, *La Logica Simbolica,* La Scuola.

[3] Bellavista R., Bruschi D., *Strumenti e metodi di programmazione,* Principato – Milano, Vol. II.

[4] Bertoni A, Palano B., *Linguaggi formali e automi,* Dipartimento di Scienze dell'informazione Università di Milano.

[5] Burton M. B., 1988, *A linguistic basis for students difficulties with algebra,* For the learning of Mathematics, v.8, n.1, 2-7. (riassunto e traduzione).

[6] Casalegno P., 1997, *Filosofia del linguaggio,* Roma – NIS.

[7] Copi M., Cohen C., 1997, *Introduzione alla logica,* Il Mulino.

[8] D'Amore B., 2000, *Lingua, Matematica e Didattica,* La matematica e la sua didattica, 1, 28-47.

[9] Dardano M., Trifone P., 1983, *Grammatica Italiana con nozioni di linguistica,* Zanichelli-Bologna.

[10] G. Callegarin, Varagnolo L., 1984, *Corso di Informatica Generale,* Cedam – Padova, Vol.II.

[11] Gouthier D., *Il linguaggio nella matematica,* Innovazioni nella Comunicazione della Scienza, SISSA, Trieste

[12] Grezzi C., Jazayeri M., 1989, *Concetti dei linguaggi di programmazione,* Milano

[13] Maraschini W., *Il linguaggio della matematica in classe,* Rivista online Treccani Scuola.

[14] Marchionna C., Marchionna E., Tibiletti, *Appunti di Algebra,* (dalle lezioni di Marchionna, Marchionna Tibiletti – facoltà di Matematica "F. Enriquez")

[15] Palladino D, Scotto S., Frixione M., 2000, *Matematica,* Principato, (capitoli di logica).

[16] Palladino D., 2002, *Corso di Logica,* Carocci Editore.