

Varietà e Questioni proposte

Conservazione e progresso nelle Matematiche.

Conservazione e progresso sono due esigenze di vita, solidali quand'anche si manifestino opposte, a cui ogni società, ogni istituto, ogni organismo, immancabilmente soggiace. La lotta politica nasconde quest'intima solidarietà: conservatori e novatori possono credere irreducibile il contrasto dei loro ideali, ma soltanto perchè gli uni ritengono che in un ordine conservativo dei valori acquisiti il progresso proceda, per così dire, naturalmente da sè, e gli altri — al contrario — che le forze d'equilibrio e di mantenimento dello stato sociale, ineriscano ad una inerzia della massa, di cui solo occorra stimolare il movimento. Nel fatto ogni illuminato conservatore sa che dove venga meno il progresso è in atto la decadenza; ed ogni novatore, non cieco, s'impaura tosto che senta cedere innanzi alla sua azione ogni resistenza, perchè il progresso medesimo (ove pure oltrepassi il desiderio di non mutare ciò che — per variabili condizioni — andrebbe mutato) non ha senso fuori di un ordine in cui si mantenga il frutto del lavoro compiuto.

Al contrario che nella vita politica, nella vita delle matematiche, le due esigenze fondamentali « conservare » e « progredire », manifestano soltanto la loro solidarietà e non l'opposizione che le divide. Qui lo spirito conservatore è così alto, che le verità una volta guadagnate diventano patrimonio duraturo della scienza, senza tema che nuove vedute ne rovinino il possesso. E la sicurezza magnifica conferisce alla ricerca un punto fermo per andare sempre più avanti, dappoichè il problema risolto di ieri diventa lo strumento a risolvere il problema di domani.

Anche nel cuore del matematico sembra non essere contrasto di sentimenti: per questo figlio della più illustre aristocrazia, la cura gelosa con cui custodisce il retaggio delle precedenti generazioni, consacra all'immortalità la fatica, dell'ora. D'altronde

suo lavoro di scoperta delle regioni inesplorate del sapere è — ad ogni passo — riconquista e riconoscimento, sotto aspetti più larghi, di ciò che gli fu tramandato e ch'egli ha assunto come principio. E finalmente, mentre la verità antica non impallidisce per nuovo lume, niuna idea significativa può venire disconosciuta in questo campo, chè ad ognuna è diritto l'affermarsi col rigor della prova.

Così il regno delle Matematiche se — come si è detto innanzi — richiama il paragone di un governo saggiamente aristocratico, per un altro verso riesce simile ad una libera e grande democrazia, dove ogni virtù si mantiene nel cimento quotidiano e ogni forza si fa valere in eguali condizioni, pel bene della patria. Meglio può dirsi che regna qui un'aristocrazia sempre aperta a ricevere e consacrare i valori che si affermino fuori di lei, rinnovantesi dunque — ad ogni momento — nella misura del meglio: miracolo senza esempio nella storia.

Le Matematiche, guardate *sub specie aeternitatis*, rispecchiano dunque lo Stato ideale, dove gli opposti si compongono nell'unità e nella bellezza armonica d'un eterno progresso. Tanto appaiono cosa mirabile, che i filosofi, pendono incerti, nel giudizio: se quest'ordine senza lacuna sia riflesso di una realtà divina, o piuttosto convenzione astratta, fuori di ogni realtà.

Ma il significato umano di codesto progresso si discopre nella sua imperfezione, che è la sua reale esistenza, per chi guardi non più alla scienza formata e fissa, nel quadro logico fuori del tempo, bensì alla società dei matematici, quale si muove veramente nella storia. Poichè è chiaro anzitutto che il privilegio di « non errare » appartiene al matematico solo come regola teorica e come abito di rigore, ma nel fatto risulta dalla critica che coll'assiduo cimento inesorabilmente corregge e consolida il lavoro dei singoli, fino a raggiungere nella pratica la condizione limite, cui il debole intelletto d'ogni lavoratore può soltanto accostarsi.

Ancor più si allontana dal disegno ideale della scienza la società scientifica, per ciò che ha tratto alla facoltà comprensiva e alla fecondità produttiva delle diverse generazioni, cui non è dato ugualmente ricevere gl'insegnamenti delle più antiche, e tanto meno di accoglierne le idee fruttifere, sciogliendo i dubbi e svolgendone le applicazioni. Anzi, per tale riguardo, la società dei matematici soggiace a quelle stesse alternative d'interruzione, di decadenza e di progresso, cui ogni opera umana è fatalmente sottoposta; tanto che ne verrebbe compromessa anche la continuità dello sviluppo teorico, se alla fioritura d'un'epoca non fosse dato rivivere — come in una rinnovata primavera — traverso i semi che ne hanno serbato la vita il rigido inverno.

Ora, su queste alternative di vita e in generale sui motivi che conferiscono, più o meno, allo spirito di cui si alimentano le Matematiche, la scienza formata non reca alcun chiarimento; pare anzi che lo stesso desiderio di perfezione, che vale a comporre le verità acquisite in un ordine rigorosamente logico, disperda quasi ogni traccia delle incerte vie dell'acquisto. Soltanto la storia è capace di rispondere al problema, con una veduta più larga del sapere.

Qui infatti il preciso criterio logico della verità e dell'errore cede il posto ad una valutazione di tutte le fasi dell'idea, saliente per gradi alla luce. E i netti contorni delle Matematiche, fittivamente segnati dal nostro quadro ideale, vaniscono nel chiaro-scuro delle ombre.

Ma allora, in questa storia che contempla una scienza allargata, di quà dal limite della nostra matematica teorica, non più regna la pacifica comunione dello spirito conservatore e dello spirito di progresso, bensì la lotta aperta delle due tendenze, diversamente espresse nelle mentalità di epoche o di persone diverse, e cozzanti talvolta nel travaglio di uno stesso lavoro. Il più largo possesso dei metodi d'analisi infinitesimale, e l'uso dei numeri negativi ed immaginari, offrono esempi delle lotte più celebri: nelle quali il rigore metodico dei Greci si vede dapprima sopraffatto e risorgente di poi colla critica del secolo decimonono, egualmente per la fortuna della scienza.

Al lume della rigida logica tutte quelle discussioni perdono valore ai nostri occhi: dov'era un ragionamento imperfetto o lacunare, si sostituisce un ragionamento in forma senza lacuna; e dove il contrasto portava su enti non definiti o mal definiti, il riconoscimento dell'arbitrario della definizione scioglie i dubbi, togliendo significato alla materia della lite.

Ma gli spiriti magni, che si travagliarono nei fecondi contrasti, vedevano — oltre le formule logiche — una specie di *ordine naturale delle verità matematiche*, in cui il teorema non è fatto, ma scoperto, e il definire — lungi dall'apparire arbitrario — suggella un processo di pensiero, che tende a comprendere ed unificare la realtà concettuale. Perciò essi anticipavano l'uso di concetti non definiti, e presupponevano la permanenza delle proprietà formali, e con arditezza sublime legavano i vari domini del sapere in una visione di continuità, cui non sempre ci è dato assegnare un significato sicuro e preciso.

Queste imprecisioni, che sono spesso l'errore padre della verità, paiono scomparse dal nostro cielo. Lo spirito conservatore delle Matematiche, le ha chiuse oltre i cancelli della logica, di cui custodisce le chiavi.

Ma forse, allo stesso modo che il saggio principe dopo aver debellato le forze sovvertitrici, il medesimo spirito deve oggi comprendere più largamente le escluse idee, nel loro significato storico, che è parte della realtà scientifica. Poichè la vita della scienza non chiede soltanto di conservare un ordine di verità acquisite, e nemmeno i soli metodi dimostrativi, rigorosamente epurati dal miscuglio di men precise intuizioni: sì anche l'infinito, che si definisce via via nell'acquisto e oltrepassa la definizione, nel travaglio di sempre nuovi problemi.

FEDERIGO ENRIQUES

Questioni proposte.

46. Dato un triangolo ABC , si considerino sopra i due lati AC e BC rispettivamente due punti variabili X e Y fra loro legati in modo che

$$\frac{AX}{OY} = \frac{AO}{BO}$$

Determinare la posizione per cui è minimo il segmento XY .
Problema proposto da Steiner (Crelle Bd. 15).

O. CHISINTI

47. *De avibus.* Quidam emit passeret, 3 pro uno denario, et turtures, duo pro uno denario, et columbam, 1 pro denariis 2, et ex his tribus generibus avium habuit 30 pro denariis 30.

Queritur quot aves emit ex uno quoque genere.

(Dal *Liber Abbaci* di Leonardo Pisano - 1202).

E. BORTOLOTTI

48. Condurre un cerchio tangente a un cerchio dato, che passi per un punto dato, e il cui centro sia sopra una retta data. (Questo problema trovasi in Poncelet).

S. SOLDATI

49. Due punti A e B si muovono in un piano in modo che gli angoli delle tangenti alle traiettorie di A e B con la retta AB si conservino costanti. Trovare le traiettorie dei punti A e B .

G. LAZZERI

50. Date nello spazio due rette sghembe, e un segmento PQ sopra la prima, trovare i punti dell'altra da cui PQ è visto secondo un angolo massimo.

U. SCARPIS