

# MISURA DELLA MASSA GRAVITAZIONALE E INERZIALE DI UN CORPO CAMPIONE

Gaetano M. Briganti<sup>1</sup>

**Sunto:** È proposta una verifica sperimentale, con materiale povero, dell'uguaglianza tra i valori numerici delle misure relative alla massa inerziale e gravitazionale di un corpo campione.

Il lavoro di laboratorio è offerto come una lezione reale svolta ai propri allievi e, quindi, come una sintesi tra storia, teoria e lezione di laboratorio con qualche ripetizione che però è utile e doverosa durante una normale lezione di Fisica. Dalla conclusione poi si può introdurre un discorso qualitativo sulla visione einsteiniana della gravità.

**Abstract:** An easy experimental procedure achievable also with rough teaching equipment is described for studying gravitational and inertial mass equivalence.

**Parole chiave:** massa gravitazionale; massa inerziale; principio di equivalenza.

---

<sup>1</sup> ITIS "A. Volta"; Dipartimento di Fisica – Napoli  
brigantigaetano@libero.it; <http://members.xoom.it/physics>

## 1. INTRODUZIONE

È oltremodo strano che nessun libro di testo tratti compiutamente uno degli argomenti più avvincenti della Fisica classica che rimase concettualmente avvolto nel mistero come una “strana coincidenza” della Meccanica newtoniana per più di 250 anni. L’aggettivo strano si riferisce proprio al risultato empirico rispetto alle due diverse definizioni operative di massa e ai diversi effetti che si riscontrano nella vita di tutti i giorni e che sono alla semplice portata osservativa (del proprio corpo) degli studenti delle scuole superiori.

Giunse, quindi, come una liberazione il “principio di equivalenza” di A. Einstein posto come ipotesi essenziale della teoria della Relatività Generale e vivacemente compreso mediante i famosi esperimenti mentali che, risalendo a G. Galilei, si completano proprio con quelli di A. Einstein.

Risulta, pertanto, importante, far riscontrare, con una verifica diretta, l’uguaglianza numerica delle misure della massa inerziale e gravitazionale di uno stesso corpo campione utilizzando le unità del SI.

Questa uguaglianza è uno dei risultati attualmente meglio verificati in Fisica: fino alla 12<sup>ma</sup> cifra decimale con un esperimento eseguito a Mosca da Braginski nel 1972 che migliora di un fattore 10 l’accuratezza dell’esperimento di Dicke svolto a Princeton del 1962. Entrambi questi esperimenti si rifanno a quello messo a punto dal fisico ungherese L. Eötvös che, con una lunga serie di raffinati esperimenti iniziati nel 1909 ed eseguiti per mezzo di una bilancia di torsione con un equipaggiamento da lui ideato (bilancia di Eötvös), controllò, con un fattore inferiore a  $10^{-9}$ , la costanza del rapporto tra massa gravitazionale e massa inerziale, svolgendo così un ruolo essenziale nell’indirizzare A. Einstein verso la sua teoria della gravitazione: la Relatività Generale. Tutti questi esperimenti rappresentano il normale sviluppo storico, (fondato proprio sulla “strana coincidenza” accennata sopra), di lavori precedenti su misure eseguite su pendoli diversi da parte di Bessel e di Newton e che risalgono al risultato empirico degli esperimenti di Pisa eseguiti da G. Galilei.

## **2. UN PO' DI STORIA<sup>[1]</sup>**

### **SVILUPPO DEL CONCETTO DI FORZA E DI MASSA**

#### **GALILEO E GLI ARISTOTELICI.**

Partire da così lontano ha senso perché sono proprio le origini delle idee che contengono in nuce già tutta la problematica successiva. È noto, infatti, che fu proprio la riconsiderazione delle idee galileiane che ha condotto Einstein alla formulazione della relatività speciale.

Quale era il nocciolo della polemica tra Galileo ed i suoi colleghi aristotelici padovani?

Comunemente si pensa che la questione vertesse su esperimento sì esperimento no, ma in realtà le cose stavano in maniera un poco diversa. Infatti, gli aristotelici muovevano una obiezione fondamentale all'idea galileiana dell'inerzia e cioè che è proprio l'esperienza di tutti i giorni che ci suggerisce quanto una simile idea sia falsa: infatti tutti possono constatare che quando un veicolo si ferma è la velocità che diventa uguale a zero e quindi la forza del movimento (la "vis mobile") è direttamente legata allo stato di quiete o di moto del corpo e quindi alla velocità del corpo stesso. Argomentazione sperimentale dunque contro Galileo.

La differenza delle opinioni sta in una concezione nuova dell'esperimento che non è affatto equivalente alla esperienza comune: l'idea di Galileo era violentemente contraria al senso comune di allora in quanto, per la prima volta, si propone un esperimento preparato e inquadrato in una precomprensione teorica (ipotesi di lavoro precedente all'esperimento stesso). In altre parole gli esperimenti galileiani non sono "esperienza comune" ma "gedanken experimente", esperimenti pensati, idealizzati e volti a ricercare leggi universali valide in tutto l'Universo che regolano i fenomeni fisici al di là delle situazioni e delle caratteristiche accidentali (dalle quali poi prescindere) per arrivare al nocciolo vero del problema. Questo aspetto originario è rimasto vivo e vitale fino ai nostri giorni quando un altro sommo genio della fisica, Einstein, ha usato questa stessa linea di pensiero per arrivare alla formulazione della Teoria della Relatività: Einstein non ha mai fatto (né d'altra parte lo poteva fare né lui né gli altri) un solo esperimento, dei tanti che si è inventato, per confutare le obiezioni degli avversari e pare ciò sia vero anche per lo stesso Galilei. Comunque stiano le cose, rimane però sempre la lucidità di pagine immortali nelle quali è evidente la natura "gedanken" del metodo galileiano.

Ricordiamo solo quella descrizione, famosissima, della nave (in un mare completamente calmo e sulla quale gocce d'acqua, lasciate cadere dall'alto, entrano sempre entro lo strettissimo e lunghissimo collo di una bottiglia, qualunque sia lo stato di moto dell'imbarcazione) che gli è servita per enunciare per primo uno dei principi basilari della Fisica e cioè il principio di relatività.

La grande intuizione galileiana consiste quindi nell'avere, sulla scorta dei moti celesti, intuito che il moto è di per sé inestinguibile. Per arrestare un corpo in movimento (o per metterne in moto uno fermo) occorre intervenire agendo dall'esterno, forzando cioè il corpo nel suo nuovo stato nel quale mai potrà entrare spontaneamente.

In questa intuizione sono già contenuti il concetto di inerzia o massa come resistenza al cambiamento dello stato di moto e quello di agente, o forza, che costringe il corpo a cambiare stato di movimento. Si noti che proprio in questa inestinguibilità dello stato di moto sta il nocciolo della proporzionalità tra massa (o inerzia al cambiamento) e variazione dello stato cinematico (o variazione della velocità o accelerazione) dovuto alla forza.

La discussione verteva quindi su quale grandezza dovesse essere immediatamente prodotta dalle forze applicate ai corpi: la velocità (come pensavano gli aristotelici) o la variazione di velocità (o accelerazione) come invece pensava Galileo. Ma lo scandalo non era tutto qui perché le idee di Galileo portavano a pensare come originario il moto rettilineo uniforme che, secondo la solita obiezione aristotelica, nessuno aveva mai visto. In effetti, il moto rettilineo uniforme non esiste in natura (se non a livello puramente locale)! Evidentemente le due posizioni non potevano essere più distanti.

Il concetto di massa e di forza ha scandalizzato subito, al suo primo affacciarsi alla mente dell'uomo, ed ha continuato a farlo fino ai nostri giorni. Prima di procedere, diamo uno sguardo un po' più da vicino alla formulazione rigorosa dei principi scoperti da Galileo anche se non sono stati da lui enunciati nella forma in cui oggi li conosciamo.

#### **PRINCIPIO D'INERZIA O PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA**

Un corpo libero da ogni influenza esterna (forza) si muove di moto rettilineo uniforme cioè con velocità costante in modulo e direzione. In particolare la velocità può essere nulla e allora il corpo rimane in quiete.

Lo stato di quiete o quello di moto rettilineo uniforme sono dunque equivalenti nel senso che corrispondono ad assenza di forze.

#### **PRINCIPIO DI RELATIVITÀ**

Non è possibile mettere in evidenza con esperimenti di meccanica se un sistema di riferimento (si pensi alla nave dell'esempio di Galileo) è in quiete oppure si muove di moto rettilineo uniforme. In altre parole le leggi della meccanica sono le stesse in due sistemi che si muovono, l'uno rispetto all'altro, con velocità costante.

L'avere capito tutte queste leggi fondamentali del mondo fisico permise a Galileo di interpretare correttamente un altro fenomeno, che si rivelerà fondamentale per tutti gli sviluppi successivi della fisica, e cioè il comportamento dei corpi in caduta libera sulla Terra. E qui dobbiamo fare la conoscenza con un'altra idea scandalosa di Galileo, ma questa volta talmente al di fuori del senso comune che ancora oggi ci sono moltissime persone che non ci credono. Intendo dire il fatto da lui dimostrato facendo cadere dei corpi dalla torre di Pisa.

#### **LEGGE DELLA CADUTA DEI GRAVI**

Tutti i corpi, indipendentemente dalla quantità (ed anche dalla qualità, cioè dalla natura chimica) di materia da cui sono formati, cadono con la medesima accelerazione. Ciò significa ad esempio che se un corpo di molte tonnellate ed uno di pochi grammi vengono lasciati cadere da una determinata altezza ed allo stesso istante di tempo essi arriveranno al suolo, in mancanza d'attrito, esattamente nello stesso istante.

Questa legge assieme al principio di relatività sono pilastri della fisica di tutti i tempi che hanno mantenuto inalterata la loro validità nonostante tutte le "rivoluzioni" successive e sono ancora oggi a fondamento delle moderne teorie della relatività speciale e generale.

#### **NEWTON E LA FORZA GRAVITAZIONALE**

La relazione quantitativa tra massa e forza, pur essendo stata intuita e compresa nel suo significato essenziale da Galileo, fu tuttavia formalizzata da Newton il quale dovette compiere anche il notevole sforzo di costruirsi gli strumenti matematici adatti (cioè l'analisi infinitesimale) per esprimerla. Oltre a ciò egli dovette definire meglio la nozione di massa identificandola con la "quantità di materia" contenuta in un corpo (la cui

misura può avvenire, come si precisò in seguito, per confronto con la "quantità di materia" di un corpo preso come termine di paragone). Possiamo così enunciare il

## SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

La forza applicata ad un corpo produce una variazione di velocità nell'unità di tempo (cioè un'accelerazione) che è direttamente proporzionale alla forza stessa.

Il coefficiente di proporzionalità è una costante caratteristica del corpo in esame, che si chiama massa ed esprime la quantità di materia "inerte" cioè resistente all'azione della forza esterna agente.

Come è noto, i concetti di velocità e d'accelerazione sono esprimibili in maniera matematicamente rigorosa tramite la nozione di derivata. Così, ad esempio, per definizione la velocità è il rapporto tra la variazione dello spazio percorso dal corpo e l'intervallo di tempo nel quale tale variazione è avvenuta: se si pensa di eseguire questo rapporto su intervalli di tempo sempre più piccoli, di eseguire cioè un'operazione di passaggio al limite, si ottiene una quantità che si chiama *derivata dello spazio rispetto al tempo*. In formule:

$$v = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1)$$

Similmente l'accelerazione, essendo la variazione della velocità nell'unità di tempo, è la derivata rispetto al tempo della velocità e quindi la derivata seconda dello spazio rispetto al tempo

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} \quad (2)$$

Con queste precisazioni la legge di proporzionalità tra forza applicata e accelerazione

$$F = m a \quad (3)$$

diventa matematicamente un'equazione differenziale. Ora, il problema della dinamica si può formulare in questo modo: date le forze che agiscono su un corpo, (e quindi, per la seconda legge della dinamica, date le accelerazioni subite dal corpo ovvero, parlando matematicamente, date le derivate seconde dello spazio rispetto al tempo), si vuole conoscere come si muove il corpo cioè si vuole conoscere la legge con la quale lo spazio varia nel tempo. Si vede così che l'incognita è la funzione  $s(t)$  (e non un

numero come nelle ordinarie equazioni algebriche) della quale si conosce la derivata seconda: un'equazione di questo tipo si chiama appunto equazione differenziale.

Da questa interpretazione del problema fondamentale della dinamica è nata tutta la concezione meccanicistica dei secoli XVII, XVIII e XIX che ha poi condotto, come vedremo, alla crisi della fisica del secolo XX.

A Newton si deve anche un ulteriore importante passo avanti nella comprensione dei concetti di massa e forza ed è l'avere capito che la massa non è solo una proprietà inerte e cioè passiva dei corpi ma è anche una quantità attiva che dà luogo al fenomeno più diffuso dell'universo e cioè alla gravitazione che, appunto per la sua presenza ovunque esistano corpi materiali, si meritò il nome di universale.

Enunciamo ora questa legge (scoperta da Newton):

#### **LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE**

Due corpi di massa rispettivamente  $M$  e  $m$  si attraggono con una forza che è direttamente proporzionale al prodotto delle masse ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} \quad (4)$$

dove  $G$  è una costante universale detta costante di gravitazione o costante di Newton o costante di Cavendish, e il segno  $-$  significa che questa forza è sempre attrattiva.

È a causa dell'estrema piccolezza di  $G$  che la forza gravitazionale si rivela in pratica solo a livello dei corpi celesti ma è presente tra due corpi qualsiasi purché dotati di massa. Si noti il diverso significato che qui riveste il termine massa: non più una proprietà inerte dei corpi che subiscono passivamente ogni forza che venga ad essi applicata ma una proprietà che agisce essa stessa come sorgente di forza (quella gravitazionale). Per questo motivo si distingue in linea di principio tra massa inerziale e massa gravitazionale anche se la quantità che produce il campo e quella che resiste alle forze esterne applicate è numericamente la stessa; non è cioè possibile distinguere tra i due tipi di massa che pertanto risultano uguali (principio di uguaglianza tra massa inerziale e massa gravitazionale).

Infatti dalla fig. I

$$\vec{R} = \vec{T} + \vec{P}$$

$$m_I \vec{a} = \vec{T} + \vec{P}$$

$$R_y = 0$$

$$R_x = P \operatorname{sen} \alpha = -P \frac{x}{l_0}$$

$$m_I a = -m_p g \frac{x}{l_0}$$

$$a = -\frac{m_p}{m_I} \frac{g}{l_0} x$$

$$\omega^2 = \frac{m_p}{m_I} \frac{g}{l_0}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_I l_0}{m_p g}}$$

Sperimentalmente si trova che, pur variando la qualità della massa oscillante, e quindi  $m_I$ , per numerosissimi conteggi,  $T$  ha sempre lo stesso valore. Un'altra esperienza diretta della costanza del rapporto  $m_I/m_p$  la si ottiene misurando se c'è variazione dalla verticale di un filo a piombo con masse di materiale diverso: ciò perché la direzione del filo a piombo (che è sempre quella della verticale e non quella del Raggio Terrestre) è data dalla composizione della Forza centrifuga, che è diretta verso l'esterno della circonferenza corrispondente alla latitudine del luogo dove si effettua la misura, e della Forza gravitazionale diretta verso il centro della Terra. Ciò significa che il rapporto  $m_I/m_p$ , per uno stesso luogo è costante e, senza perdere in generalità usando lo stesso SI,  $m_I/m_p = 1$ .

Questo principio è il secondo pilastro su cui si basa la generalizzazione einsteiniana della gravitazione (relatività generale), il primo essendo il sopramenzionato principio di Galileo sulla caduta dei gravi.

### 3. LA TEORIA SVOLTA IN CLASSE[2]

In Fisica, in fisica classica, il concetto di massa racchiude in sé due importanti proprietà:

- I. quella di essere inerte (massa inerziale), cioè di manifestare una resistenza a modificare il proprio stato di quiete o di moto rettilineo e uniforme,
- II. quella (massa gravitazionale) di essere in grado di attrarre ogni altro corpo.

Queste definizioni sono operative cioè consentono la misura di queste proprietà:

- 1) La massa inerziale può essere misurata indirettamente mediante una misura del periodo di oscillazione di una molla solidale alla massa che si vuole misurare.

Affinché ciò sia vero occorre e basta:

- che esista una legge che metta in relazione queste due grandezze e
- che sia possibile trovare una diretta proporzionalità tra una grandezza e un'espressione opportuna dell'altra. Con l'aiuto della fig. II si scopre la diretta proporzionalità tra  $m_I$  e  $T^2$ .

Ciò consente:

- di individuare l'uguaglianza (o la disuguaglianza) tra le masse dei corpi oggetto
- di stabilire un criterio per compiere operazioni di somma tra le masse infatti

$$T_A = T_B \Rightarrow m_A = m_B$$

$$T_A \neq T_B \Rightarrow m_A \neq m_B$$

$$T_C = T_{A+B} \Rightarrow m_C = m_A + m_B$$

Per completare la definizione operativa di massa inerziale si deve fissare l'unità di misura della massa. Scegliendo le unità di misura del SI e, basandosi sulla diretta proporzionalità tra  $m_I$  e  $T^2$  (grafico di taratura: fig. IV), si ottiene, per la massa inerziale, la stessa unità di misura, misura indiretta, della massa gravitazionale.

- 2) la massa gravitazionale può essere misurata direttamente con una bilancia a due piatti.

Occorre, a questo punto, costituire un campione con il quale stabilire l'uguaglianza e l'operazione di somma che, per la massa gravitazionale, è, per noi, più familiare e già noto fin dall'inizio del corso di Fisica.

#### 4. LA MISURA

**Premessa:** È questa una vera e propria esperienza di riepilogo di quasi tutto il programma che normalmente si svolge durante il 1° anno in un qualunque I.T.I.S. del paese e costituisce una base empirica sulla quale viene costruita una nuova interpretazione della gravitazione. Per effettuare tale misura occorre che gli allievi

- sappiano leggere scale graduate e posizionare indici,
- conoscano la legge di Hooke e sappiano quindi ricavare il valore del K di una molla,
- sappiano calcolare il K equivalente di 2 molle in serie,
- sappiano misurare la massa con una bilancia,
- conoscano le leggi della leva e dell'equilibrio meccanico,
- conoscano la differenza tra massa e peso,
- sappiano misurare il peso di un corpo,
- sappiano misurare il periodo di un'oscillazione completa,
- conoscano la legge del moto armonico semplice,
- sappiano ricavare una misura indiretta,
- sappiano costruire tabelle e grafici,
- conoscano il significato e l'importanza di una ipotesi di lavoro,
- conoscano il significato di sensibilità di uno strumento e di accuratezza di una misura,
- sappiano ridurre gli errori sistematici ripetendo più volte la misura ed effettuare, quindi, misure il più possibile corrette,
- riconoscano l'inadeguatezza di certe apparecchiature per una indagine sperimentale corretta,
- sappiano riconoscere nella diretta proporzionalità tra grandezze fisiche la possibilità di stabilire un criterio di misura indiretta di una grandezza.

#### 5. MATERIALI E STRUMENTAZIONI

- 1) Si sono utilizzate due molle elicoidali cilindriche disposte in serie, in modo da rendere il periodo di oscillazione misurabile con un errore più piccolo. Le caratteristiche delle molle sono:

$$\Phi = (0,85 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} m \quad \text{per entrambe e lunghezza a riposo rispettivamente}$$

$$l_1 = (80,00 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} m$$

$$l_2 = (82,00 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} m$$

$$D = (32,70 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} m$$

Per misurare i  $k$  ( $k_1$ ,  $k_2$  e  $k$  sistema) si è inserito (tramite giunti) un righello di 2 m (sensibilità 1 mm) su un'asta più lunga mantenuta con una basetta massiva. Abbiamo misurato i valori di  $k_1$ ,  $k_2$  delle due molle e poi quello di  $k_s = K$  del sistema delle due molle in serie, trovando un perfetto accordo con il valore teorico. (Inizialmente le due molle dovevano avere le stesse caratteristiche, ma l'usura ha fatto variare, anche se di poco, la loro lunghezza  $l_0$ ). **Tab.1**

- 2) Si è utilizzata una stadera di sensibilità 5/100 g per misurare  $m_p$ . Lo zero di tale strumento lo si è ottenuto spostando un cavalierino sulla posizione 0,05 g.

Le massette campione a disposizione del Laboratorio,  $m_p$ , misurano:

- $(10,12 \pm 0,05)$  g     il piattello porta massa,
- $(10,00 \pm 0,05)$  g     massetta cilindrica aggiuntiva al piattello,
- $(20,00 \pm 0,05)$  g     massetta cilindrica munita di ganci per la sospensione,
- $(50,00 \pm 0,05)$  g     massetta cilindrica munita di ganci per la sospensione.

- 3) Noi utilizzeremo quattro massette da  $m_p = 20$  g per costruire il grafico di taratura agganciando alle molle prima una, poi due, tre ed infine quattro massette, misurando i rispettivi periodi di oscillazione  $T_{20}$ ,  $T_{40}$ ,  $T_{60}$ ,  $T_{80}$  e ricavando tramite la (10) i rispettivi valori  $m_l$  (tab. 3). Utilizzeremo poi la massetta campione da  $m_p = 50$  g per ricavare  $m_l$  direttamente dal grafico di taratura costruito (tab.3). Per la misura del periodo di oscillazione si è usato un cronometro digitale stratos 2 di sensibilità 1/100 s.

La misura del periodo è un'operazione molto delicata: infatti

- pur avendo posto un traguardo a bandiera colorata sulla posizione di riposo del corpo sospeso in modo da leggere l'oscillazione nel punto di minima accelerazione (cui però corrisponde la velocità massima del corpo oscillante),

- pur avendo allineato (con varie posizioni corporali) la linea degli occhi alla linea del traguardo,
- pur avendo misurato l'errore sistematico di 0,45 s corrispondente ai riflessi dell'operatore relativamente alle operazioni di start e di stop del cronometro negli istanti di switch, e quindi averlo eliminato dalla tabella di misura (tab.2),
- pur avendo misurato 10 periodi alla volta, e poi diviso per 10 (tab.3), nondimeno l'errore che si commette nella lettura dell'intervallo di tempo rimane sempre superiore alla sensibilità. Dall'analisi delle misure esso risulta un errore sistematico in eccesso e non può essere eliminato fintantoché le misure sono di tipo manuale perché il traguardo start-stop è letto sempre in modo soggettivo (**Tab.2**).

Per misurare la massa inerziale abbiamo fatto uso di misure cinematiche completamente indipendenti dal peso: misure cioè del periodo di oscillazione di un sistema di due molle in serie solidali alle masse campione utilizzate, immerse in un campo gravitazionale (fig.II).

Dalla fig.II, si ricava:

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{F} \quad (5)$$

$$m_I \cdot a = m_p g - kx \quad (6)$$

$$a = \frac{m_p}{m_I} g - \frac{kx}{m_I} \quad (7)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m_I} \quad (8)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_I}{k}} \quad (9)$$

$$m_I = \frac{KT^2}{4\pi^2} \quad (10)$$

Dalla (10), mediante le tab.1 e tab.2 si ricavano le misure indirette delle masse inerziali dei campioni e si costruisce, dalla dipendenza funzionale tra  $m_I$  e  $T$  (fig.III), il grafico di taratura (fig.IV). L'errore relativo percentuale medio è del 3% rispetto all'1<sup>0</sup>/<sub>00</sub> relativo alla misura della massa gravitazionale e lo scarto percentuale medio:

$$\frac{m_I - m_P}{m_P} \cdot 100 \cong 10\%$$

valore alto proprio per quanto precedentemente notato circa la manualità dell'esperimento e i mezzi utilizzati. Il risultato (scolastico) è comunque accettabile perché nelle usuali misure dirette un errore di ca. il 10% è la norma. Risulta, pertanto, con i mezzi a nostra disposizione, verificata l'eguaglianza delle misure tra la massa gravitazionale e la massa inerziale di un corpo di prova.

## 6. CONCLUSIONI<sup>[3]</sup>

Le misure effettuate in questa esperienza di laboratorio I confermano, pur nei limiti degli errori, la legge del rapporto costante, per ogni corpo, tra la massa gravitazionale e la massa inerziale e quindi, con un'opportuna scelta delle unità di misura, l'uguaglianza tra i valori numerici di queste due masse.

Questo è il motivo per cui nella meccanica newtoniana la massa di un corpo viene semplicemente indicata con la lettera "m" pur sapendo che di essa esistono ben tre definizioni

- massa inerziale  $m_I$  che rappresenta la misura della resistenza del corpo a cambiare il suo moto,
  - massa gravitazionale passiva,  $m_P$ , che rappresenta la misura della reazione di un corpo al fatto di essere sottoposto all'azione di un campo gravitazionale,
  - massa gravitazionale attiva,  $m_A$ , che rappresenta la misura dell'intensità del campo gravitazionale prodotto dal corpo stesso,
- e risulta  $m = m_I = m_P = m_A$

## 7. INTERPRETAZIONI DEL RISULTATO

### CLASSICA

È opportuno, all'inizio, ricordare il vecchio esperimento attribuito a G. Galilei secondo il quale lasciando cadere da una stessa altezza (la torre di Pisa) oggetti di eguale forma e volume (in modo da subire lo stesso attrito da parte dell'aria), ma di massa diversa si trova che essi impiegano

lo stesso tempo per toccare il suolo dato che precipitano alla stessa velocità. È opportuno anche ricordare che questo risultato contraddiceva la fisica aristotelica che ha in sé l'idea, dettata dal senso comune, secondo cui gli oggetti pesanti cadono più velocemente di quelli meno pesanti. Occorre anche segnalare l'esperienza del tubo di Newton secondo cui, una volta tolta l'aria dal tubo con una pompa, tutti gli oggetti cadono alla stessa velocità. La teoria della gravitazione di Newton non era mai stata in grado di dare una completa e soddisfacente spiegazione del fatto che corpi leggeri e pesanti cadono con la stessa accelerazione. Infatti si affermava che quanto più denso era un oggetto, tanto maggiore era la sua inerzia (II principio della dinamica); ma allora anche il suo peso era maggiore (la sua massa gravitazionale) e quindi maggiore era la forza gravitazionale che agiva su di esso. Perciò, se il corpo oppone una maggiore resistenza alla gravità, la gravità lo attira con più forza e i due effetti si combinano alla perfezione in modo che per tutti i corpi si ha la stessa accelerazione indipendentemente dalla loro massa. Ma la teoria non fornisce alcuna spiegazione della perfetta uguaglianza tra massa inerziale e gravitazionale. Nella teoria di Newton tale uguaglianza è una "strana coincidenza" perché la teoria non ci offre una spiegazione di questo fatto straordinario: ci dice solo che è vero. Ciò non toglie che la teoria gravitazionale newtoniana "funziona" molto bene e ci fa predire le eclissi, ci fa compiere viaggi sulla Luna e quanto altro con una meravigliosa correttezza operativa. Però, non è capace di spiegare tutto ciò che avviene.

#### **INTERPRETAZIONE MODERNA**

Non esiste più la forza di gravità, ma i corpi massivi generano una curvatura dello spazio reale, lo spazio-tempo. La gravità quindi è una distorsione di questo spazio-tempo e i corpi rispettano la legge d'inerzia cioè si muovono in linea retta proprio perché non sono più soggetti ad alcuna forza di gravità: solo che le rette di questo spazio-tempo curvo sono delle linee chiamate geodetiche che rappresentano proprio "le linee più dritte possibili" su uno spazio-tempo incurvato dalla gravità, proprio come una retta sulla Terra non è una retta di una superficie piatta, ma è una retta di una superficie sferica: cioè una geodetica. È proprio per questa nuova visione della realtà fisica che la teoria della gravitazione di Einstein stabilisce che, in presenza di gravità, i corpi non sono soggetti ad alcuna forza e perciò si muovono ancora in "linea retta" e a velocità co-

stante; solo lo fanno in uno spazio-tempo curvo. Per conseguenza non hanno più significato i concetti di massa inerziale e di massa gravitazionale ed il fatto che coincidano non è più un mistero.

### **RINGRAZIAMENTI**

Esprimo la mia gratitudine agli allievi Guido Cobuccio e Mirko Perna di 1° A e Veronica de Nicola ed Eduardo De Benedictis di 1° B che mi hanno efficacemente aiutato nella raccolta dei dati sperimentali. Ringrazio anche il prof. Sabato Ruggiero per avermi assistito durante l'attività di laboratorio montando nel modo migliore la strumentazione utilizzata. Sento il dovere ancora di ringraziare tutti i miei allievi per avermi ben sopportato durante le mie lezioni, per l'entusiasmo mostrato da alcuni di loro e per l'affetto di tutti verso la mia persona che da solo può motivare il mio lavoro e il mio desiderio di chiarezza e di trasmissione efficace della bellezza della fisica.

### **NOTE**

Risulterebbe molto più accurata una misura di massa con una bilancia analitica, che il Laboratorio attualmente non possiede, come pure una misura di periodo con un cronometro digitale azionato da una serie di fotocellule e infine una misura del K con una serie nuova di molle. Occorre inoltre fare molta attenzione a che il sistema oscillante si muova il più possibile verticalmente evitando qualsiasi composizione di movimenti. Comunque l'esperienza manuale del prendere le misure è, secondo me, un utile esercizio per gli allievi, ne costruisce la memoria, e precede necessariamente, per acquisire la pratica sperimentale, l'utilizzo di materiale adattabile a misure on line.

Questa esperienza, per le sue implicazioni, mostra ai ragazzi come una buona teoria non è mai una scatola chiusa; non ci può lasciare nella convinzione che il mondo è stato creato una volta per tutte. Una buona teoria non spiega soltanto i risultati delle misure, ma li interpreta criticamente, aprendo nuove prospettive ed indicando anche il modo per mettere in evidenza queste nuove prospettive[4]. Dal punto di vista epistemologico, poi, una buona teoria è quella che parte da problemi piuttosto che da principi assiomi[5].

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] G.M. BRIGANTI, *Fisica per i concorsi a cattedre*, Liguori, Napoli, 2002.
- [2] G. BRESCIA, *Lezioni di Fisica*, Dick Peerson, Napoli, 1987.
- [3] R.D'INVERNO, *Introduzione alla Relatività di Einstein*, Clueb, Bologna, 2001.
- [4] A. DRAGO, *Le due opzioni*, La Meridiana, Molfetta (Ba), 1991.
- [5] A. DRAGO, *La riforma della Dinamica secondo G.W. Leibniz*, Hevelius Ed, Benevento 2003.
- [6] L. NUVOLI e A. Piano, *Fisica per i licei scientifici*, Lattes, Torino, 1997.
- [7] J.R. TAYLOR, *Introduzione all'analisi degli errori*, Zanichelli, Bologna, 1986.

## ALLEGATO 1

### FIGURE E TABELLE

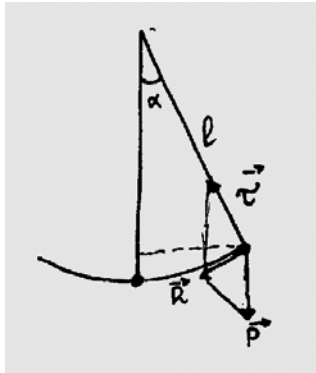


Fig. I

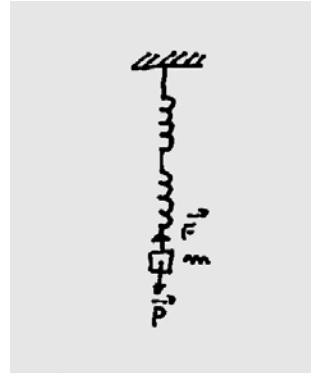


Fig. II

Relazione funzionale tra massa inerziale e T

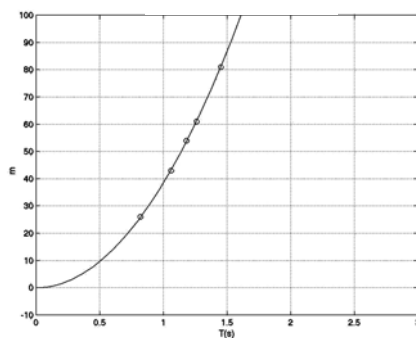


Fig. III

Diretta proporzionalità tra massa inerziale e T<sup>2</sup>

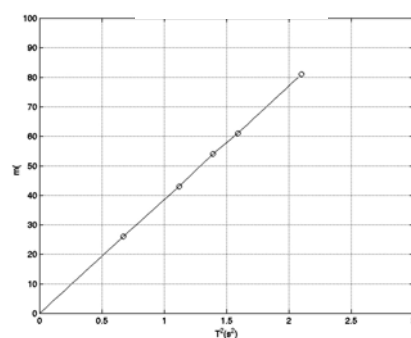


Fig. IV

TAB.1 :

Misura indiretta di k e di K del sistema

Valori sperimentali di  $m_P$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_1 + x_2$ ; misure indirette di  $k_1 k_2 = K$

| $m_P$<br>(g) | P<br>(N) | $x_1 = l - l_0$<br>(m) | $x_2$<br>(m) | $k_1$<br>(N/m) | $k_2$<br>(N/m) | $k_1$<br>(N/m) | $k_2$<br>(N/m) | $x_1 + x_2$<br>(m) | K<br>(N/m) | K<br>(N/m)  |
|--------------|----------|------------------------|--------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|------------|-------------|
| 10,12        | 0,0993   | 0,034                  | 0,032        | 2,92           | 3,10           | (3,01±0,07)    | (3,06±0,07)    | 0,066              | 1,50       | (1,52±0,02) |
| 20,12        | 0,197    | 0,065                  | 0,066        | 3,03           | 2,98           |                |                | 0,129              | 1,53       |             |
| 30,12        | 0,295    | 0,098                  | 0,098        | 3,01           | 3,01           |                |                | 0,197              | 1,50       |             |
| 40,12        | 0,393    | 0,129                  | 0,126        | 3,05           | 3,12           |                |                | 0,260              | 1,51       |             |
| 50,12        | 0,492    | 0,163                  | 0,160        | 3,02           | 3,07           |                |                | 0,320              | 1,54       |             |

**TAB. 2:**

Misura del periodo d'oscillazione del corpo campione  $T_{50}$  e di  $T_m$ ,  $T_{2m}$ ,  $T_{3m}$ ,  $T_{4m}$  ( $m_p = 20g$ )

| Lettura diretta   |                   |                   |                   |                   | Lettura dopo aver sottratto 0,45 s |                   |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $10 \cdot T_{20}$ | $10 \cdot T_{40}$ | $10 \cdot T_{60}$ | $10 \cdot T_{80}$ | $10 \cdot T_{50}$ | $10 \cdot T_{20}$                  | $10 \cdot T_{40}$ | $10 \cdot T_{60}$ | $10 \cdot T_{80}$ | $10 \cdot T_{50}$ |
| 8,51              | 11,18             | 13,08             | 15,02             | 12,16             | 8,06                               | 10,73             | 12,63             | 14,57             | 11,71             |
| 8,77              | 11,12             | 13,05             | 14,91             | 12,16             | 8,32                               | 10,67             | 12,60             | 14,46             | 11,71             |
| 8,77              | 11,24             | 12,78             | 14,99             | 12,22             | 8,32                               | 10,79             | 12,33             | 14,54             | 11,77             |
| 8,69              | 11,06             | 12,99             | 14,96             | 12,27             | 8,24                               | 10,61             | 12,54             | 14,51             | 11,82             |
| 8,72              | 10,99             | 13,08             | 14,93             | 12,04             | 8,27                               | 10,54             | 12,63             | 14,48             | 11,59             |
| 8,59              | 11,11             | 13,09             | 14,99             | 12,37             | 8,14                               | 10,66             | 12,64             | 14,54             | 11,92             |
| 8,70              | 11,03             | 13,08             | 14,94             | 12,25             | 8,25                               | 10,58             | 12,63             | 14,49             | 11,80             |
| 8,70              | 11,09             | 13,08             | 14,91             | 12,31             | 8,25                               | 10,64             | 12,63             | 14,46             | 11,86             |
| 8,63              | 10,94             | 13,06             | 14,89             | 12,24             | 8,18                               | 10,49             | 12,61             | 14,44             | 11,79             |
| 8,77              | 10,76             | 12,99             | 14,98             | 12,35             | 8,32                               | 10,31             | 12,54             | 14,53             | 11,90             |

**TAB. 3:**

Misure dei periodi d'oscillazione per sistemi di masse  $m_p$  uguali, sovrapposte e calcolo delle rispettive  $m_I$ .

| $T_{20}$ (s)                 | $T_{40}$ (s)                 | $T_{60}$ (s)                 | $T_{80}$ (s)                 | $T_{50}$ (s)                 |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| $(0,82 \pm 0,01)$            | $(1,06 \pm 0,02)$            | $(1,26 \pm 0,01)$            | $(1,45 \pm 0,01)$            | $(1,18 \pm 0,01)$            |
| $T_{20}^2$ (s <sup>2</sup> ) | $T_{40}^2$ (s <sup>2</sup> ) | $T_{60}^2$ (s <sup>2</sup> ) | $T_{80}^2$ (s <sup>2</sup> ) | $T_{50}^2$ (s <sup>2</sup> ) |
| $(0,67 \pm 0,02)$            | $(1,12 \pm 0,04)$            | $(1,59 \pm 0,02)$            | $(2,10 \pm 0,03)$            | $(1,39 \pm 0,02)$            |
| $m_I^{20}$ (g)               | $m_I^{40}$ (g)               | $m_I^{60}$ (g)               | $m_I^{80}$ (g)               | $m_I^{50}$ (g)               |
| $26 \pm 1$                   | $43 \pm 2$                   | $61 \pm 2$                   | $81 \pm 2$                   | $54 \pm 1$                   |