

La geometria in un insegnamento moderno della matematica

Mozione presentata dal Prof. A. REVUZ (Professore alla Facoltà di Scienze di Poitiers) al termine dei lavori e approvata all'unanimità dai partecipanti.

La Commissione comprendeva rappresentanti di 14 Paesi e principalmente: BERNET THÉO (Svizzera); CASTELNUOVO EMMA (Italia); Padre DEARMAN ANTHONY (Inghilterra); Rev. Padre DE SMET PAUL (Buruudi); DIESCHBOURG ROBERT (Lussemburgo); DUMRAUF IRMA (Argentina); ENUNLU NIMET (Turchia); Rev. Padre GODENIR (Congo); GORNER FRANK (Inghilterra); KIEFFER LUCIANO (Lussemburgo); KRYGOWSKA ZOFIA (Polonia) (Vice Presidente della Commissione); POPY GIORGIO (Belgio) (Presidente della Commissione); PESCARINI ANGELO (Italia); PROVENCHEUR HEINZ (Germania); SERVAIS WILLY (Belgio) (Segretario della Commissione); SOTIRAKIS NICOLA (Grecia); Mr e Mme VAN HAMME (Congo).

1. L'introduzione di nozioni di algebra moderna nell'insegnamento da 10-11 anni a 18 anni si sta realizzando senza gravi difficoltà. Queste nozioni portano proprietà e chiarezza in un campo in cui il principiante non conosceva altro che una tecnica basata sulla routine piuttosto che sulla riflessione; esse stimolano l'interesse in uno studio in cui spesso regnava la noia.

La modernizzazione della geometria, invece, costituiva un problema difficile. Strutturata sin dai tempi d'Euclide, ricca di un'incontestabile bellezza, la geometria non poteva essere inclusa nell'organizzazione dinamica della matematica attuale che a prezzo di una trasformazione profonda. La costruzione di Euclide (o le sue varianti) ha d'altra parte ancora dei fedeli che le manifestano un attaccamento di natura passionale e considerano un sacrilegio ogni tentativo di modificazione. Se un'opposizione

di questa natura dovesse continuare, finirebbe per condurre all'abolizione totale della geometria, abolizione che nessuno si augura.

Le riflessioni dei matematici e l'esperienza in classe degli insegnanti hanno dimostrato, al contrario, che è effettivamente possibile impartire un insegnamento della geometria che soddisfi quanto vi è d'essenziale nelle varie esigenze da varie parti prospettate, esigenze che soltanto ad una visione superficiale rischiano di apparire contraddittorie.

2. La geometria occupa senza dubbio un posto a sè nell'insegnamento dagli 11 ai 18 anni, ma bisogna evitare di darle una posizione talmente a parte che non le consenta più alcuno sbocco.

a) Si tratta, da un lato, di una teoria matematica relativamente complessa e certamente la più complessa di quelle che s'insegnano prima dell'università. Ma questa teoria s'inserisce perfettamente nell'organizzazione unificata della matematica: è lo studio di uno spazio vettoriale di dimensione finita sul corpo dei reali, dotato di un prodotto scalare («vettoriale euclideo»). Così considerata essa permette e impone uno studio di strutture che sono fondamentali nella maggior parte dei rami della matematica (spazi vettoriali, gruppi di trasformazioni, spazi metrici...).

b) Si tratta, d'altra parte, di una teoria fisica che esprime le esperienze ordinarie del mondo in cui viviamo.

c) Un insegnamento della geometria che non tenesse conto di questi due aspetti sarebbe incompleto e mancherebbe, senza alcun dubbio, uno dei suoi obiettivi fondamentali: dare agli alunni una formazione equilibrata. Se la complessità della geometria crea una difficoltà pedagogica, la padronanza di questa complessità e la sua riduzione ad una struttura matematica che l'esprima in maniera semplice sono acquisizioni capitali per il loro valore formativo.

3. In particolare, le esperienze ispirate all'opera del Centro Belga di Pedagogia della matematica dimostrano che queste esigenze possono essere soddisfatte.

A tale proposito bisogna distinguere due stadi:

a) *Alunni da 10-11 anni a 14-15 anni.*

Si prepara lo studio familiarizzando gli allievi con le nozioni d'insieme, di relazione, di legge di composizione, di gruppo.

Disponendo di questi strumenti, tratti da situazioni diverse, per lo più non geometriche, si può quindi passare ad una *costruzione* della geometria che utilizzi le conquiste geometriche spontanee del bambino e la concezione geometrica dominante nella società in cui vive. Ciò conduce ad un'assiomatizzazione che si sviluppa gradualmente e che permette, sin da quest'età, una vera e propria deduzione. Nel corso di questa costruzione si ottengono il corpo dei reali, gli spazi vettoriali di dimensione due o tre su questo corpo, i prodotti scalari su tali spazi. Si tratta, in tutti i casi, di una costruzione cosciente, a partire da una realtà incontestata e da un'idealizzazione di carattere comune e non meno accettabile della realtà stessa, di una costruzione che, bisogna sottolinearlo, è sempre il risultato del bambino guidato dal suo insegnante il quale, senza dogmatismo, gli rischiera la via.

b) *Alunni da 14-15 anni a 18 anni.*

Alla fine del periodo precedente, l'alunno ha già tutta una ricchezza d'esperienze. Tuttavia, se gli si chiedesse di esporre tutto l'itinerario percorso, generalmente non ne sarebbe capace e finirebbe per scoraggiarsi. Ma è proprio a questo stadio che gli si può fare osservare che non ha affatto bisogno di ritornare su tutto e che gli basta di utilizzare la struttura di « vettoriale euclideo » perchè essa riassume, in un sol colpo, i risultati di tre anni di matematizzazione dello spazio concreto. Egli comprende allora di disporre di un'assiomatizzazione della geometria che è logicamente equivalente alla prima, espressione cioè della stessa realtà e tale da consentirgli un'interpretazione dello spazio concreto. Essa però è matematicamente molto più potente, perchè ridotta all'essenziale, meglio strutturata e più direttamente operatoria. Fornito di questo strumento, egli non soltanto ritroverà i risultati già acquisiti ma si spingerà oltre senza fatica: la trigonometria, i numeri complessi saranno conquiste facili e naturali.

L'alunno avrà vissuto quello che è un'assiomatizzazione, quello che è il confronto tra due assiomatiche e avrà provato quali sono le virtù di una « buona assiomatica ». Non soltanto avrà

acquistato delle conoscenze importanti ma una vera cultura, grazie alla quale, se non proseguirà gli studi, non sarà intellettualmente spaesato nell'epoca in cui vive e se li proseguirà non avrà che da sviluppare e rafforzare l'attività a cui è già addestrato, senza essere costretto a faticose riconversioni.

4. Tenendo accuratamente conto dei dati psico-sociologici, pedagogici e matematici del problema dell'insegnamento della geometria, è stato dunque possibile arrivare ad una soluzione la cui esistenza è ormai un fatto compiuto. La prova fornita dall'esperienza ha fatto giustizia di un certo numero di opinioni imprudentemente avanzate a proposito dell'età al disotto della quale certe nozioni sarebbero inaccessibili ai bambini. Questa soluzione, che d'altra parte ammette delle varianti, non è la sola possibile, tuttavia fornisce un esempio che può essere immediatamente sperimentato.

Aderendo alla richiesta dei membri italiani della « Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques » pubblichiamo il testo integrale della mozione votata all'unanimità al termine dei lavori del « XIX Rencontre » che si è tenuto a Ravenna dal 9 al 17 aprile 1965.

Riferendoci anche alla affermazione riguardante « l'esperienza in classe degli insegnanti » saremo lieti di pubblicare eventuali commenti dei nostri Lettori.

LA DIREZIONE