

l'immagine e delle linee c_1, c_2, c_3, \dots partenti da p , quindi il punto corrispondente P della sfera e le linee corrispondenti C_1, C_2, C_3, \dots uscenti da P , se sopra queste s'immaginano dei punti M_1, M_2, M_3, \dots , i triangoli PM_1M_2, PM_2M_3, \dots e i loro corrispondenti pm_1m_2, pm_2m_3, \dots , saranno equiangoli, i primi però a lati sempre curvilinei e i secondi rettilinei, mistilinei o curvilinei; ma quando gli archetti PM_1, PM_2, PM_3, \dots siano infinitesimi, si potranno senz'errore apprezzabile considerare come rettilinei tanto gli uni quanto gli altri triangoli e perciò saranno rispettivamente simili: risulta così che il poligono infinitesimo $m_1m_2m_3, \dots$ e il suo corrispondente $M_1M_2M_3, \dots$ sono pure simili e il rapporto $\frac{pm_1}{PM_1}$ di due elementi corrispondenti è indipendente dalla direzione di pm_1 .

(Il seguito nel prossimo fascicolo).

ESERCIZI PER LA SCUOLA

GEOMETRIA

*Rapporti di angoli. - Angoli adiacenti.
Angoli opposti al vertice.*

1. Dati due angoli costruire un terzo angolo eguale alla loro somma.
2. Costruire due angoli tali che il primo sia la metà del secondo.
3. Costruire due angoli tali che il primo sia la terza parte del secondo
4. Un angolo A è la somma di 7 angoli eguali ad M , un altro angolo B è la somma di 15 angoli eguali ad M ; qual'è il rapporto dell'angolo A all'angolo B ? qual'è il rapporto dell'angolo B all'angolo A ?

circonferenza e che le loro proiezioni vr, vq sul quadro s'incontrano nell'immagine v di V' restando normali alla proiezione dre della circonferenza DRE , dunque nel centro della proiezione di quest'ultima circonferenza.

5. Costruire due angoli tali che il primo sia $\frac{2}{3}$ del secondo.
6. Da un punto M d'una retta AB parte una retta MC la quale forma colla AB due angoli uno dei quali è $\frac{1}{3}$ dell'angolo retto; se esso è diviso in tre parti eguali, quante di queste saranno contenute nell'altro angolo?
7. Due angoli che hanno il vertice comune, un lato comune, e il secondo lato dell'uno sul prolungamento del secondo lato dell'altro, sono di tale grandezza che, se il maggiore è diviso in sette parti eguali, il minore contiene tre di quelle parti: trovare il rapporto del maggiore dei due angoli all'angolo retto.
8. Da un punto M della retta MA e dalle due bande di questa partono due rette MB, MC tali che l'angolo AMB è $\frac{5}{13}$ dell'angolo retto, e l'angolo AMC è $\frac{19}{13}$ dell'angolo retto; si domanda se il punto M è interno od esterno al segmento che unisce un punto della MB con un punto della MC?
9. Dal vertice M d'un angolo retto si guida, fuori dell'angolo, una retta MA che forma con uno dei suoi lati un angolo semiretto, ed un'altra retta MB, pure esterna a quell'angolo retto, che forma coll'altro suo lato un angolo semiretto, poi pel punto M si tira una retta qualunque DMD'; quale relazione ha luogo fra i due angoli DMB, AMD'?
10. In un segmento AC è un punto M, da una banda di esso il punto H e dall'altra il punto H', così situati che l'angolo HMC risulta eguale all'angolo AMH'; date le lunghezze HM, HH', trovare la MH'.
11. Nell'interno d'un angolo AMC, eguale ad $\frac{11}{6}$ d'angolo retto, è condotta una retta MB in modo che l'angolo BMA risulta eguale a $\frac{2}{5}$ dell'angolo BMC; se MB' è il prolungamento della MB, esterno all'angolo AMC, si domanda: 1) il rapporto di ciascuno dei due angoli AMB', CMB' all'angolo retto; 2) il rapporto dell'angolo AMB' all'angolo CMB'.
12. Da un punto M d'una retta AB, e da una stessa banda di essa, partono le tre rette MR, MC, MS, così che la MR è dentro l'angolo AMC e la MS dentro l'angolo BMC; se i due angoli AMR, RMC sono eguali fra loro, e se

- anche i due angoli CMS, SMB sono fra loro eguali, qual'è il rapporto dell'angolo RMS alla somma dei quattro angoli AMR, RMC, CMS, SMB?
13. Sieno AOC e COB due angoli adiacenti, e la OL divida per metà l'angolo AOC; provare che, se la OH è perpendicolare alla OL, gli angoli HOC, HOB, sono fra loro eguali.
14. Sono disegnati l'uno accanto all'altro, col vertice comune, cinque angoli eguali a $\frac{7}{12}$ d'angolo retto: trovare la misura dell'angolo formato dal secondo lato del quinto angolo col primo lato del primo.
15. Sono disegnati l'uno accanto all'altro col vertice comune, tre angoli, e il primo lato del primo coincide col secondo lato del terzo; se il primo dei tre angoli aumenta o diminuisce, ed il secondo non varia, cosa avviene del terzo?

TEMI PER LAVORI SCOLASTICI (*)

Ad un circolo è circoscritto un triangolo isoscele in cui l'angolo al vertice è di $25^{\circ}37'$; calcolare il rapporto dell'area del triangolo all'area del circolo, ed assegnarne il grado di approssimazione.

1) Dimostrare che si può dare ad x un valore così piccolo che il quoziente

$$\frac{(1+x)^8 - (1-x)^8}{x^2}$$

sia maggiore di 1000 000 000.

2) I perimetri delle basi d'un tronco di piramide sono nel rapporto di 3 a 100; calcolare il rapporto del volume del tronco al volume di quel prisma, d'eguale altezza, l'area della cui base è la semisomma delle aree delle basi del tronco.

Nel triangolo ABC sono dati: $b = 3a$, $A = 17^{\circ}42'33''$; calcolare l'angolo B e il rapporto $\frac{c}{a}$.

(*) Questi temi sono estratti dalla raccolta di quelli proposti per la promozione dalla terza alla quarta classe nell'Istituto tecnico di Roma.