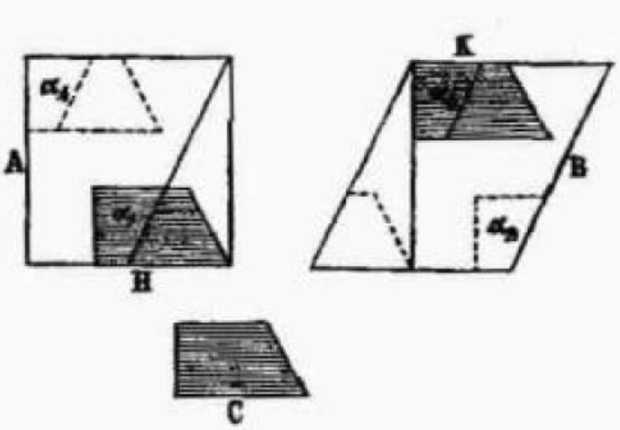
DIMOSTRAZIONE DI UNA PROPOSIZIONE FONDAMENTALE DELLA TEORIA DELL'EQUIVALENZA

Ponendo a fondamento della teoria dell'equivalenza la definizione: Due poligoni o due poliedri si dicono equivalenti, se si possono dividere in egual numero di parti rispettivamente uguali, è sembrato che non si potesse poi fare a meno di assumere come postulato la proposizione seguente: Non può una parte di un poligono o d'un poliedro essere equivalente all'intero. Ecco qui una dimostrazione di codesta proposizione.

1° Sottraendo da due poligoni equivalenti due loro parti che siano eguali ad un terzo poligono, si ottengono resti equivalenti.

Chiamiamo A e B due poligoni equivalenti, ed H e K due loro parti che siano eguali fra loro.



Si dividano i due poligoni in parti rispettivamente uguali, come è possibile, dacchè sono equivalenti.

Quindi in ciascuno dei poligoni A e B si suddividano le dette parti nel modo stesso che esse sono suddivise rispettivamente nei poligoni B ed A dai contorni di K ed H.

E se i poligoni H e K sono divisi dalle primitive linee di divisione o dalle nuove che si sono tirate, si facciano in ciascuno di essi le divisioni che si scorgono nell'altro.

Dopo ciò i due poligoni A e B sono divisi in parti rispettivamente uguali, e così che per riconoscere queste parti non è mestieri far astrazione da nessuna delle linee di divisione.

Ed ora consideriamo una parte α_1 di H. A questa troviamo corrispondere nel poligono B una parte α_2 od una α_3, secondo che vogliamo riguardare α_1 come parte di A, oppure di H.

Similmente alla parte α_2 di K corrisponde nel poligono A la parte α_1 od una α_4, secondo che si vuol riguardare α_2, come parte di K, oppure di B.

Così, essendo tutte e quattro uguali tra loro le parti α_1, α_2, α_3, α_4, nel far corrispondere le parti di A a quelle di B, possiamo stabilire che ad α_1 corrisponda α_3, e ad α_4 corrisponda α_2.

Similmente ad ogni altra di quelle parti di A, che compongono H, si può far corrispondere una di quelle parti di B, che compongono K; e reciprocamente.

In conchiusione i due poligoni A e B sono composti di parti rispettivamente uguali, e sopprimendo H e K, si sopprimono di queste parti rispettivamente uguali. Per conseguenza anche i resti sono tuttavia formati di parti rispettivamente uguali.

2° Se due poligoni equivalenti hanno una parte comune, sopprimendo questa parte si ottengono resti equivalenti.

Infatti, sopprimendo la parte comune non si fa che togliere da due poligoni equivalenti due loro parti eguali.

3° Una parte di un poligono non può essere equivalente all'intero.

Infatti, detta A una parte qualunque di un poligono C e B il rimanente del poligono stesso, se A e C fossero equivalenti, tali sarebbero anche il poligono B ed il nulla, che sono i resti che si ottengono sottraendo dai poligoni C ed A il poligono A. E che un poligono sia equivalente al nulla è assurdo.

Ora si può dimostrare facilmente che: **Sottraendo da poligoni equivalenti poligoni equivalenti, si ottengono resti equivalenti;** e così le proposizioni sull'equivalenza dei poligoni e dei poliedri si possono tuttavia dimostrare con la stessa semplicità che si ammira negli *Elementi d'Euclide*.

A. Faifofer.

ESERCIZI PER LA SCUOLA

ARITMETICA

Sulla trasformazione delle frazioni

1. Quanti quarti, quanti sesti, quanti ottavi, quanti decimi, quanti diciottesimi sono contenuti in $\frac{1}{2}$?
2. Trovare cinque frazioni eguali ad $\frac{1}{2}$ le quali abbiano per denominatori i numeri 6, 14, 38, 100, 274.
3. Si può trovare una frazione eguale ad $\frac{1}{2}$ il cui denominatore sia 49?
4. Quanti sesti, quanti noni, quanti dodicesimi, quanti quindicesimi, quanti ventiquattresimi sono contenuti in $\frac{1}{3}$?
5. Trovare cinque frazioni eguali ad $\frac{1}{3}$ le quali abbiano per denominatori i numeri 9, 15, 24, 87, 213.
6. Esiste una frazione eguale ad $\frac{1}{3}$, col denominatore 56?
7. Quanti quattordicesimi, quanti ventunesimi, quanti trentacinquesimi, quanti quarantanovesimi sono contenuti in $\frac{1}{7}$?
8. Trovare cinque frazioni eguali ad $\frac{1}{7}$ coi denominatori 35, 77, 105, 658, 1036.
9. Si può trovare una frazione eguale ad $\frac{1}{7}$, col denominatore 562?