

di PERRIN ⁽¹⁾, che portano a valutazioni concordanti della misura delle dimensioni atomiche, lo hanno, assai presto ravveduto. Così le proprietà generali della materia seguiranno a comparire nei trattati elementari di Fisica, anche se questi debbano preparare le menti ad accogliere vedute più lontane dalle forme dell'abituale intuizione meccanica. È lecito chiedere che l'esposizione di codeste proprietà tenga conto della storia, valendosene per chiarire criticamente il significato delle *rappresentazioni* e delle ipotesi?

F. ENRIQUES

Sulla Teoria della Relatività

(DALLE CONFERENZE DI EINSTEIN A BOLOGNA)

Prima conferenza: Il Principio speciale di Relatività

La Teoria della Relatività è sorta da necessità derivanti direttamente od indirettamente dall'esperienza.

La forma scientifica e matematica fin qui posseduta per esprimere le leggi della Fisica, non bastava più allo scopo specialmente in seguito al recente sviluppo dell'Elettrodinamica e dell'Ottica per opera di Maxwell, Hertz e Lorentz.

Noi conosciamo fino ad un certo punto la legge di propagazione della luce e pensiamo che la luce stessa si propaghi in linea retta con la velocità costante c (300.000 km. al ") nel vuoto. Ora, secondo le idee del Maxwell sulla Elettrodinamica e sull'Ottica, questa velocità c costante, è indipendente dal moto della sorgente che emette la luce ⁽²⁾. Questa semplice

⁽¹⁾ Si legga il sùo bel libro « Les atomes ».

⁽²⁾ Questa costanza e indipendenza è implicita nella teoria ondulatoria (si pensi all'analogia col suono), ed in questo senso appare come un postu-

legge ha portato la necessità di trasformare le nostre idee sullo spazio e sul tempo.

Un'altra verità generale era nota da lungo tempo: la legge di inerzia del Galilei secondo la quale un corpo che non sia soggetto all'azione di altri corpi, permane in istato di riposo o di movimento rettilineo uniforme. Per l'esatta interpretazione di questa legge e della precedente, occorre fissare un corpo di riferimento. Questo può essere praticamente un corpo rigido, ma per la trattazione matematica riesce utile assumere quello che dicesi « un sistema di coordinate » (tre linee indefinite uscenti da un punto e formanti due a due angoli retti). Allora la legge di inerzia può esprimersi così: « Esiste un sistema K di coordinate in tale stato di movimento che, relativamente ad esso, il corpo considerato percorre una linea retta con velocità costante ». Immaginiamo ora un sistema di coordinate K' coincidente inizialmente col sistema K ed animato rispetto a questo, di un moto rettilineo uniforme. Sarà lecito allora affermare che anche rispetto a K' il corpo considerato si muove con velocità uniforme (percorre una linea retta con velocità costante). Ossia: agli effetti della legge di inerzia, i sistemi K e K' (e così tutti gli infiniti altri sistemi animati di velocità uniforme rispetto a K) sono equivalenti. Talchè, generalizzando, potremo dire:

« Se K' è un sistema coordinato muoventesi rispetto a K uniformemente e senza rotazione, i fatti naturali si svolgono rispetto a K' precisamente con le stesse leggi come rispetto a K ».

A questo risultato si dà il nome di « Principio di Relatività » (in senso ristretto).

Siccome questo principio è valido per tutte le leggi della

lato a priori attinente alla concezione di un etere immobile. Ora la verifica a posteriori di questo postulato è fornita in primo luogo dalla osservazione astronomica delle stelle doppie; se la velocità della luce si sommasse colla velocità della sorgente che ora si avvicina ed ora si allontana dalla terra, risulterebbero irregolarità nel movimento Kepleriano del compagno intorno alla stella principale, le quali in realtà non sono state constatate. A prescindere da altre conferme astronomiche (e da ciò che si può rilevare dalla esperienza di Michelson e Morley) si ha poi una verifica diretta fornita dalla esperienza di Majorana (1917). (N. d. R.)

Meccanica Classica, ci si può domandare se esso è di validità universale. Un po' di riflessione sembra mostrare che il principio di relatività non è applicabile alla legge di propagazione della luce. Siano infatti K e K' (fig. 1) due sistemi coordinati. K' sia animato rispetto a K di un moto rettilineo uniforme

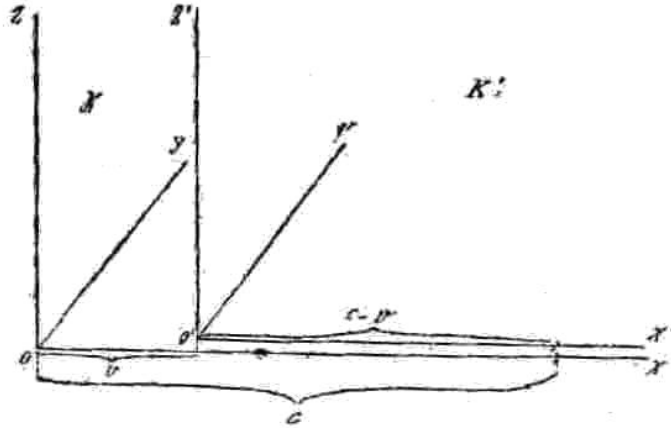


Fig. 1.

a velocità v . Un raggio di luce si propaghi nel sistema K lungo l'asse delle X con velocità c . All'inizio dei tempi i due sistemi K e K' coincidano. Dopo un secondo l'estremità del raggio di luce, giudicata dal sistema K , avrà percorso un tratto c eguale alla sua velocità; giudicata invece dal sistema K' (che intanto ha progredito rispetto a K di un tratto v) avrà percorso uno spazio $c - v$. Dunque agli effetti della legge di propagazione della luce, i due sistemi K e K' non sono più equivalenti ed il principio di relatività non sembra potersi applicare a questa legge, perchè l'espressione della velocità della luce riferita al sistema K è diversa da quella della stessa velocità riferita al sistema K' .

Si conchiude allora per la non generale validità del principio di relatività e si ammise di conseguenza che dovesse esistere un sistema di coordinate privilegiato (K_0) in particolari condizioni di movimento, il quale avrebbe potuto per questo suo privilegio considerarsi come in assoluto riposo (rispetto ad un ipotetico etere luminoso), mentre tutti gli altri sistemi K , mobili rispetto a K_0 , sarebbero stati in moto rispetto a detto etere. Per questo sistema K_0 sarebbe stata valida la legge della costante velocità di propagazione della luce, per gli altri no. Senonchè, ciò ammesso, venne spon-

taneo di pensare ad un'esperienza atta a mettere in rilievo il moto dei sistemi coordinati K (ed in particolare il moto di traslazione terrestre) rispetto all'etere. Quest'esperienza avrebbe dovuto provare in sostanza, l'influenza del moto traslatorio terrestre, sulla velocità della propagazione luminosa: ossia l'anisotropia dello spazio fisico terrestre nelle diverse direzioni. In altri termini, un raggio di luce avrebbe dovuto propagarsi con velocità diverse, lungo una direzione parallela al moto traslatorio terrestre e lungo una direzione a questa perpendicolare.

I signori Michelson e Morley istituirono una esperienza di questo tipo sui dettagli della quale non vogliamo qui intrattenerci ed ottennero un risultato negativo nel senso che non riuscirono a provare la diversa velocità della propagazione luminosa nelle due direzioni anzidette. Verificarono invece che un sistema di istrumenti atto a mettere in evidenza un certo fenomeno fisico, fornisce rispetto al fenomeno stesso sempre gli stessi risultati comunque sia orientato rispetto al moto traslatorio terrestre.

Non v'è dunque accordo fra le riflessioni teoriche precedenti e l'esperienza e sembra che il principio di relatività in senso ristretto sia applicabile anche alla legge di propagazione della luce, contrariamente a quanto abbiamo prima detto.

Per spiegare la contraddizione si è cercato, con ipotesi varie, di rendersi ragione della impossibilità nella quale si trova un osservatore terrestre, di accorgersi, per mezzo di esperienze eseguite sulla Terra, del moto di questa rispetto all'etere. Percorrendo la strada inversa invece, la Teoria della Relatività (che chiameremo « speciale » per distinguerla da una sua amplificazione che esamineremo in seguito), è riuscita a mettere d'accordo il principio di relatività in senso ristretto con la legge di propagazione della luce, fondendoli assieme in una costruzione logica non in contrasto con alcuna esperienza.

Secondo tale teoria, si è ammesso come assolutamente valido il principio di relatività in senso ristretto e si è posta la domanda:

Quale forma debbono assumere le leggi della Natura perchè rispetto alla loro espressione, tutti i sistemi di coordinate in moto relativo traslatorio uniforme, riescano equi-

valenti e sia nondimeno rispettata la legge della costante velocità di propagazione della luce nei diversi mezzi?

Per rispondere a questa domanda riprendiamo in esame: *a)* il Principio di Relatività in senso ristretto; *b)* la legge di propagazione della luce nel vuoto e chiediamoci se fra essi esiste reale disaccordo. La riflessione mostra di no e fa noto che le argomentazioni poste precedentemente allo scopo di rilevare il disaccordo stesso, non erano giuste nel senso che contenevano alcuni presupposti non necessari e dovuti solo all'abitudine.

Il più importante di questi presupposti, riguarda il concetto di contemporaneità. Prima dell'avvento della teoria speciale della relatività, si credeva che tale concetto fosse di per sè evidente e non avesse bisogno di essere definito. La frase: « Due avvenimenti sono contemporanei » era ritenuta così intuitivamente comprensiva da non richiedere ulteriori indagini sul suo preciso significato. Ma una riflessione accurata mostra che tale evidenza *a priori* del concetto di contemporaneità, non esiste. Supponiamo infatti che due individui non si trovino d'accordo nell'asserire che due fenomeni sono avvenuti contemporaneamente. Essi potranno discutere fin che vogliono: non riusciranno mai a convincersi reciprocamente. Ciò avviene perchè, non esistendo una definizione di contemporaneità, manca la base sulla quale impostare proficuamente la discussione. Allora, volendo dare una qualsiasi definizione della contemporaneità e ricordando che le nostre difficoltà sull'argomento che ci interessa, provengono dalla legge di propagazione della luce, partiamo da questa legge per enunciare quella definizione.

Prendiamo un sistema K di coordinate di riferimento tale che per esso valga la legge di inerzia di Galilei (sistema inerziale) e supponiamo che in due punti A, B (fig. 2) di esso, abbastanza lontani, cadano due fulmini. Si cerca un mezzo per stabilire se essi siano caduti contemporaneamente o no. Congiungiamo i due punti suddetti con una linea e prendiamo il punto di mezzo M , del segmento AB così individuato. Un osservatore posto in M sia fornito di un apparecchio ottico tale che gli permetta di fissare insieme con lo sguardo i punti A e B . È chiaro che in queste condizioni si potrà stabilire la contemporaneità dei due avvenimenti

citati, asserendo che: « I due avvenimenti sono contemporanei se l'osservatore posto in M percepisce nello stesso istante le sensazioni luminose che gli provengono da A e da B , altrimenti non lo sono ». Resta così definita in modo semplice la contemporaneità di due avvenimenti rispetto ad uno stesso corpo di riferimento ed è ovvio che questa definizione, non supponendo nulla circa la natura della luce, non è in contrasto con la legge della costante velocità di propagazione di quest'ultima nelle diverse direzioni. Necessita ora di applicare la definizione data, al caso di sistemi

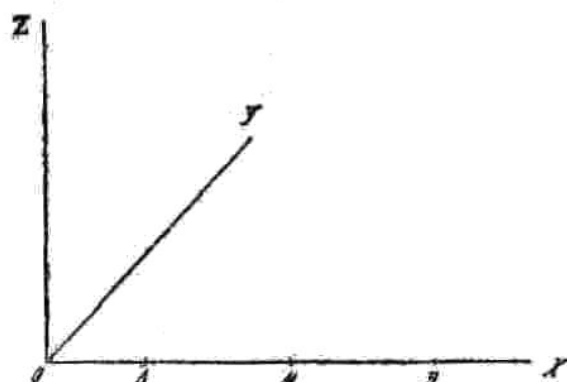


Fig. 2.

inerziali in moto relativo. Sia K' un sistema inerziale in moto traslatorio uniforme rispetto a K . Il fulmine abbia ancora colpito i punti A e B del sistema K e si sia constatata per mezzo della definizione surriferita la contemporaneità dei due avvenimenti rispetto all'osservatore situato in M . Ci si può domandare: Per un osservatore situato nel sistema K' , i due avvenimenti saranno ancora contemporanei? Una semplice riflessione mostra di no. Se la legge della costante velocità di propagazione della luce è valida per i due sistemi, la contemporaneità dei due avvenimenti deve essere relativa. Infatti ai due luoghi A B del sistema K in cui cadono i due avvenimenti, corrispondono due luoghi A' B' (fig. 3) del sistema K' , ed al punto medio M di AB , il punto medio M' di $A'B'$. Finchè K e K' sono entrambi in quiete, il punto M' coincide col punto M (⁴). Cioè due avvenimenti che sono contem-

(⁴) In questo ragionamento ed in altri analoghi, si prescinde dal fatto che i due sistemi K e K' , per l'impenetrabilità dei corpi, verrebbero continuamente ad ostacolarsi.

poranei rispetto a K lo sono anche rispetto a K' . Ma se K' è animato rispetto a K di moto traslatorio uniforme, allora accade che i due raggi luminosi partenti da A e da B (i quali incontrandosi nello stesso istante in M , forniscono la nozione di contemporaneità rispetto a K dei due avvenimenti in questione) non si incontrano più anche in M' perchè questo punto, che fa parte del sistema K' , si è mosso nell'unità di tempo di un tratto v pari alla velocità di cui è animato K' rispetto a K . Ossia i due avvenimenti non sono più contemporanei rispetto al sistema K' ed in generale rispetto a qualsiasi altro sistema inerziale muoventesi rispetto a K di moto traslatorio uniforme. Il semplice ragionamento fatto ci conduce dunque ad asserire

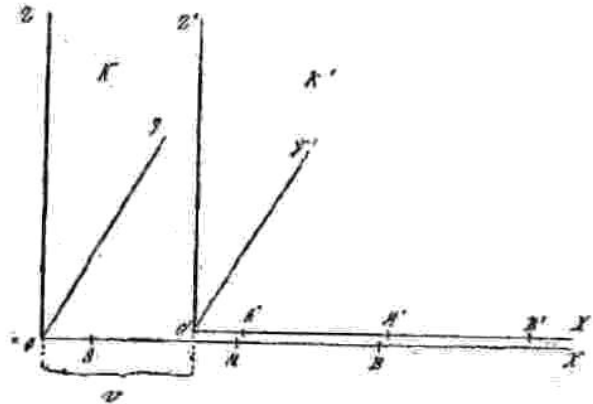


Fig. 8.

che ogni corpo di riferimento ha la sua particolare contemporaneità.

Ed allora si comprende che le argomentazioni precedenti (le quali ci avevano condotto ad asserire che il principio di relatività in senso ristretto non era applicabile alla legge di propagazione della luce), in quanto si fondavano sul falso presupposto che la nozione di contemporaneità fosse indipendente dal sistema di riferimento, erano errate. Introducendo il concetto di relatività della contemporaneità e quello di relatività della distanza spaziale che esamineremo subito, il principio relativistico in senso ristretto risulta applicabile anche alla legge di propagazione della luce conformemente ai risultati sperimentali ottenuti da Michelson e Morley; e sparisce quindi la contraddizione di cui si è tenuto parola precedentemente.

Riprendiamo in esame infatti il ragionamento fatto per dimostrare la non validità del principio relativistico in senso

ristretto nei riguardi della legge di propagazione della luce. Si era detto: l'estremità di un raggio di luce che si propaga lungo OCX nel sistema K , percorre in un secondo il tratto o , e questo è giusto; d'altra parte il sistema K' percorre rispetto a K nella stessa unità di tempo il tratto v , ed anche questo è giusto. Sicchè l'estremità del raggio di luce, giudicata da K' , avrà percorso in un secondo il tratto $c-v$ anzichè il tratto c . Qui sta l'errore. Infatti l'intervallo di tempo di un secondo rispetto al sistema K , può non essere eguale, per le suesposte considerazioni, all'intervallo di tempo di un secondo rispetto al sistema K' , perciò è falso ammettere che l'estremità del raggio di luce percorra il tratto $c-v$ in un tempo che, giudicato da K , sia uguale ad un secondo ⁽¹⁾.

Il secondo presupposto derivante dall'abitudine, consiste nel ritenere che la forma dei corpi sia indipendente dal movimento di essi. Si riteneva ad es. fino ad ora che la lunghezza di un segmento appartenente ad un sistema inerziale K' in moto relativo uniforme traslatorio rispetto ad un altro sistema inerziale K , fosse la medesima, tanto se giudicata da K' come se giudicata da K . Ora questo presupposto non è punto necessario. Ossia non è detto *a priori* che misurando la lunghezza del segmento stando su K' e ripetendo la misura stando su K , le due misure debbano fornire eguali risultati (Relatività della nozione di distanza spaziale). Perciò se il raggio di luce percorre nell'unità di tempo, misurata su K' , il tratto $c-v$, questo, misurato su K , può non essere eguale a $c-v$ ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Qui è conveniente rilevare che la misura del tempo, per ogni luogo ossia in ordine ad un dato sistema di riferimento, suppone un postulato d'accordo degli orologi, il cui contenuto trovasi analizzato in Enriques « Problemi della Scienza », cap. IV. La Fisica elettro-magnetica spiega la ragione di questo accordo facendo capo ad un'ipotesi sulla costituzione dell'atomo: l'atomo costituito da un ione (positivo) intorno a cui girano degli elettroni (negativi) fornisce l'orologio naturale, a cui si riducono in definitiva tutti i modi di misura del tempo, dappoichè ciascun elettrone descrive la sua rivoluzione intorno al centro in un tempo costante che può esser preso come unità, così come i periodi di rivoluzione dei pianeti intorno al sole (anno, ecc.) forniscono il sistema delle misure astronomiche della durata, per il nostro sistema solare. (N. d. R.)

⁽²⁾ Che il carattere relativo della contemporaneità porti di conseguenza la relatività delle misure di lunghezza, si vede così. Se un osservatore fisso

Per sviluppare ulteriormente la teoria che (abbandonando le due ipotesi della indipendenza della distanza temporale e spaziale di due avvenimenti, dallo stato di moto del sistema di riferimento) riesce a mettere d'accordo il principio di relatività in senso ristretto con la legge di propagazione della luce, occorre trovare certe relazioni che permettano di determinare luogo e tempo di un avvenimento rispetto a K , conoscendo luogo e tempo dell'avvenimento stesso rispetto a K' ; in tal modo però, che riesca soddisfatta per entrambi i sistemi, la legge della costante velocità di propagazione della luce. Queste relazioni furono trovate dal Lorentz e la loro applicazione permette di passare da un sistema inerziale K ad un qualunque sistema inerziale K' dotato di moto relativo traslatorio uniforme rispetto ad esso. Si trova così che dati due sistemi inerziali K e K' dei quali il secondo sia in moto traslatorio relativo uniforme rispetto al primo, gli orologi situati in K' giudicati da K , battono i secondi più lentamente di quanto appaia giudicandoli da K' ; mentre le lunghezze situate su K' misurate da K appaiono raccorciate. Questo secondo risultato trova la sua conferma nell'esito negativo della citata esperienza di Michelson e Morley. Infatti per spiegare tale esito, si fu costretti ad ammettere in via di ipotesi che i corpi in moto subissero un raccorciamento nella direzione del moto (contrazione di Lorentz) raccorciamento che viene invece, come abbiamo visto, semplicemente spiegato dalla teoria della relatività, senza che occorra farne materia di una ipotesi sussidiaria e particolare. Ma v' è di più. Se il principio di relatività vale per tutte le leggi della natura, queste debbono restare invariate passando da un sistema inerziale ad un altro per mezzo di una trasformazione di Lorentz. Il che si esprime dicendo che le leggi della natura sono covarianti rispetto alla trasformazione di Lorentz.

vuol misurare la lunghezza di un treno in moto, deve prender in esame due posizioni degli estremi A , B del treno che siano *per lui* contemporanee; ma queste posizioni non sono contemporanee per l'osservatore che è sul treno, il quale trova una misura diversa. Approfondendo la questione si riconosce che il primo osservatore (fisso) riscontra una lunghezza minore di quella che appare al secondo osservatore (mobile col treno).

(N. d. R.).

Questo principio ci fornisce il mezzo matematico per provare la giustezza della teoria della relatività. Se si trovasse anche una sola legge della natura che non fosse covariante rispetto alla trasformazione di Lorentz, la teoria stessa cadrebbe inesorabilmente. Ma finora tutte le ricerche fatte in Elettrodinamica ed in Ottica si sono mostrate tali da confermare tale covarianza. Anche le leggi della Meccanica classica diventano covarianti con opportune modificazioni che ci asteniamo dal prendere in esame. La necessità di tali modificazioni sfugge quando si resta nell'ambito di velocità molto piccole di fronte a quella della luce, come è il caso di quasi tutte le velocità terrestri, ma diviene evidente quando si debbano considerare velocità di ordine di grandezza paragonabile a quella della luce. Quest'ultima è però una velocità limite irraggiungibile.

Una conseguenza molto importante della teoria speciale della relatività riguarda la natura della massa e dell'energia. L'energia materiale di un punto di massa m risulta espressa, secondo questa teoria, dalla formola ⁽¹⁾:

$$E = m \frac{c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

dalla quale si rileva che l'energia diviene infinita per $v = c$, cioè quando il corpo è animato da una velocità pari a quella della luce, il che rappresenta, come si è detto, una condizione limite che non può mai esser raggiunta. Sviluppando in serie la precedente espressione, si ha:

$$E = mc^2 + m \frac{v^2}{2} + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots$$

⁽¹⁾ In realtà si aggiunge qui una ipotesi che eccede dalla pura veduta relativistica, cioè che tutte le forze siano di origine elettrica e soggiacciono alle equazioni di Maxwell. Invero per valutare E interviene la definizione della forza, che si misura bensì con esperienze statiche ma che occorre trasformare nel passaggio da un sistema di riferimento in quiete ad un sistema in moto. Questo passaggio si eseguisce appunto mediante le formole di Maxwell. Cfr. EINSTEIN « Jahrbuch der Radioaktivität und der Elektronik », 22 gennaio 1908. (N. d. R.).

dalla quale si vede che, tralasciando il primo termine nel quale non compare la velocità, e limitandosi al 2° termine, si ha una espressione della energia cinetica ch  coincide con quella nota dalla Meccanica Classica. I termini successivi invece contengono le potenze superiori d'ordine pari della velocità v e si trascurano ordinariamente per la loro piccolezza. Supponiamo ora di avere una scatola contenente tante palline tutte eguali (raffiguranti ad es. le molecole di un gas). L'inerzia di tutto il complesso, secondo la Meccanica Classica,   indipendente dai movimenti di cui eventualmente siano animate le palline rispetto alla scatola che le contiene. Ossia   sempre necessaria la stessa forza, secondo questo concetto, per accelerare il moto della scatola tanto se le palline stanno ferme quanto se si muovono rispetto ad essa. Secondo la teoria speciale della relativit  invece, l'inerzia della scatola dipende dalla velocit  eventualmente posseduta dalle palline in essa contenute. Sicch  se le palline acquistano una certa energia cinetica, l'inerzia della scatola aumenta: ossia la massa inerte di un corpo, secondo i nuovi concetti posti,   funzione dell'energia da esso posseduta. I due teoremi della conservazione della massa e dell'energia, si identificano cos  in un teorema unico fino a che il corpo non acquista o non perde energia.

G. TODESCO
