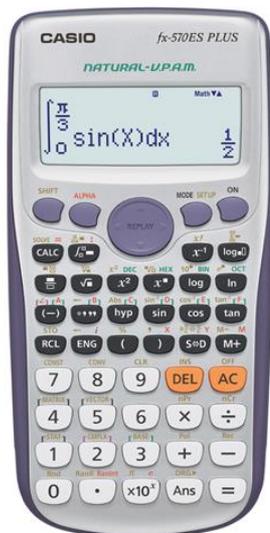


ESPERIENZE DIDATTICHE CON L'USO DELLE CALCOLATRICI SCIENTIFICHE E GRAFICHE



Scuola Estiva di Matematica
per i Docenti di Scuola Secondaria di secondo grado
Telese Terme (BN), 27 Luglio 2015



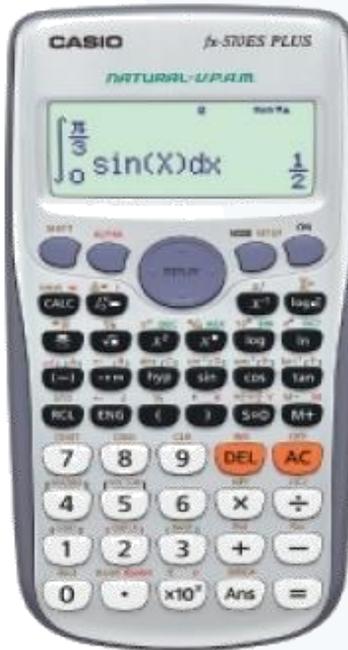
SARROCCHI



ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE

Dal 2012-2013

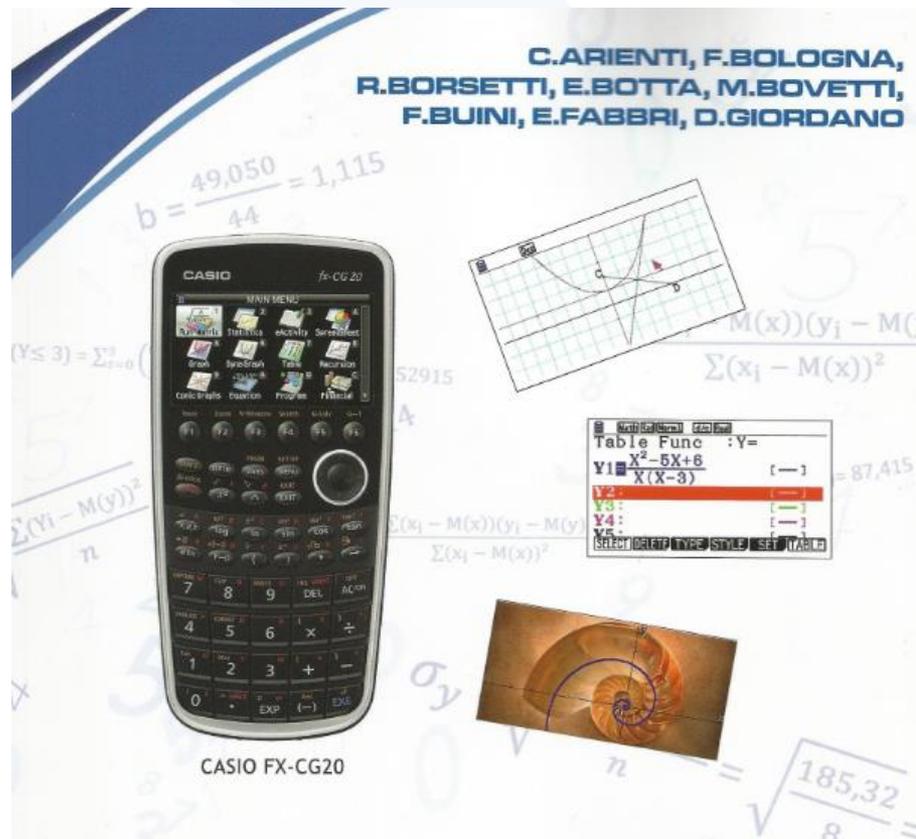
Casio Reference School



**DALLE CALCOLATRICI SCIENTIFICHE
ALLE CALCOLATRICI GRAFICHE**

Collaborazione con altri docenti

C. ARIENTI, F. BOLOGNA,
R. BORSETTI, E. BOTTA, M. BOVETTI,
F. BUINI, E. FABRI, D. GIORDANO



CASIO FX-CG20

VEDERE LA MATEMATICA

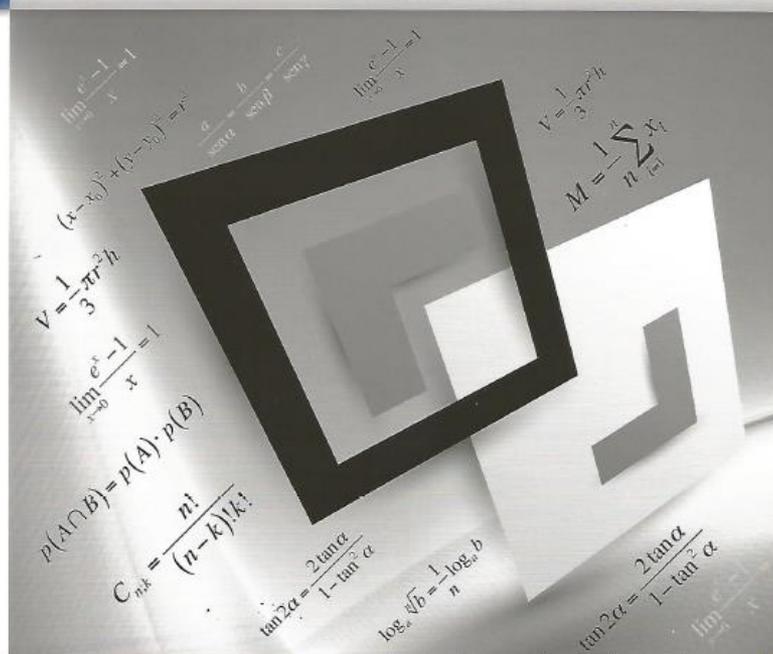
ARGOMENTI DI MATEMATICA DEL
TRIENNIO DI SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO
SVOLTI CON LA CALCOLATRICE GRAFICA
CASIO FX-CG20.

GUIDA PER L'INSEGNANTE

Paolo Baroncini Roberto Manfredi

MultiMath.blu

Secondo biennio e quinto anno



Ghissetti & Corvi

Ambiente
educativo
Digitale



LIBRO MISTO



E-BOOK



CONTENUTI
INTEGRATIVI



ZONA
MATEMATICA



INCLASSE

Il ruolo della calcolatrice

Cosa cercano gli studenti in una calcolatrice

Cosa cercano gli insegnanti in una calcolatrice



Il ruolo della calcolatrice

Utilizzando le calcolatrici scientifiche e grafiche si possono svolgere sia attività didattiche per la verifica e il potenziamento delle conoscenze già acquisite, sia esperienze per la scoperta e la definizione di nuovi concetti.

*Insomma “**si può fare didattica e ricerca matematica**”.*

Le nostre linee guida

A partire da opportune situazioni problematiche:

- ❖ Fare didattica della matematica*
- ❖ Scoprire cicli e invarianti*
- ❖ Fare ricerca matematica*
- ❖ Confrontare diverse strategie risolutive*
- ❖ Scoprire le potenzialità delle calcolatrici*
- ❖ Superare i limiti dello strumento*
- ❖ Incuriosire e appassionare i nostri studenti*
- ❖ Incuriosire e appassionare i nostri colleghi*

Il Gruppo di Lavoro del Teachers Meeting 2015

- *Francesco BOLOGNA*
- *Francesco BUINI*
- *Elisabetta FABBRI*
- *Lisa LORENZETTI*
- *Giovanni NICOSIA*
- *Mariangela REPETTO*
- *Marco TAROCCO*



Le proposte dell'Isp. E. Ambrisi

- 1. La sai l'ultima? E la prima?*
- 2. Numeri mirabili e attrattori*
- 3. Polinomi Monici*
- 4. Evviva le differenze!*

La sai l'ultima? E la prima?

3 2015

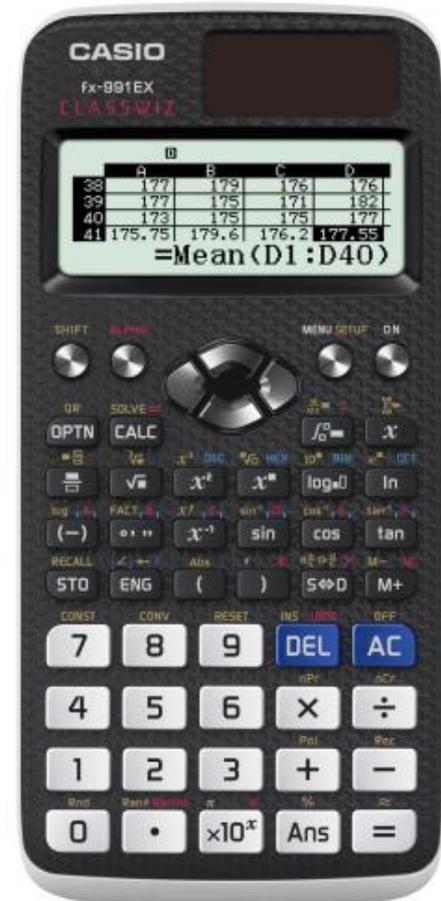
Qual è l'ultima cifra?

Qual è la prima cifra?

3^{2015} \sqrt{x} \square

Math ERROR

[AC] :Cancel
[◀][▶]:Goto



CLASSWIZ
fx - 991EX

Qual è l'ultima cifra di 3^{2015} ?

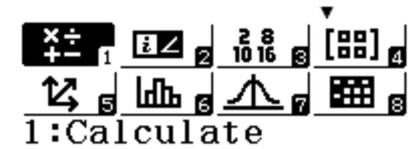
Scopriamo la calcolatrice.

Entra nel menu 1: Calculate

Qual è il numero naturale più grande che si può scrivere senza essere trasformato in notazione scientifica?

Qual è il massimo valore dell'esponente per cui puoi visualizzare l'ultima cifra?

$$3^x < 10^{10}$$



1234567890 ▲
1234567890

12345678901 ▲
1.23456789×10¹⁰

3²⁰ \sqrt{x} $\frac{\square}{\square}$ ▲
3486784401

3²¹ \sqrt{x} $\frac{\square}{\square}$ ▲
1.04603532×10¹⁰

Qual è l'ultima cifra di 3^{2015} ?

Scopriamo gli invarianti.

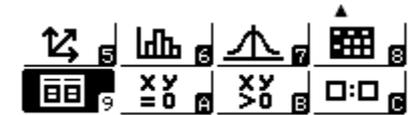
Entra nel menu 9: Table

Rappresenta in una tabella le potenze del 3, ovvero i valori della funzione

$$y = f(x) = 3^x.$$

Che cosa puoi dedurre?

Esiste una regolarità?



9:Table

$$f(x)=3^x$$

Table Range

Start: 0

End : 20

Step : 1

x	f(x)
0	1
1	3
2	9
3	27

1

x	f(x)
4	81
5	243
6	729
7	2187

243

x	f(x)
8	6561
9	19683
10	59049
11	177147

59049

x	f(x)
12	531441
13	1.5 × 10 ⁶
14	4.7 × 10 ⁶
15	1.4 × 10 ⁷

14348907

Qual è l'ultima cifra di 3^{2015} ?

Il menu 9: Table della calcolatrice fx – 991EX CLASSWIZ permette di visualizzare tabelle con due funzioni affiancate.

Rappresenta in una stessa tabella le funzioni

$$y = f(x) = 3^x$$

$$y = g(x) = x / 4$$

Per visualizzare le frazioni miste premi **SHIFT** **S↔D**

$$f(x) = 3^x$$

$$g(x) = \frac{x}{4}$$

Table Range

Start: 0

End : 20

Step : 1

x	f(x)	g(x)
0	1	0
1	3	0.25
2	9	0.5
3	27	0.75

3↵4

x	f(x)	g(x)
4	81	1
5	243	1.25
6	729	1.5
7	2187	1.75

1↵3↵4

x	f(x)	g(x)
8	6561	2
9	19683	2.25
10	59049	2.5
11	177147	2.75

2↵3↵4

x	f(x)	g(x)
12	531441	3
13	1.5 × 10 ⁶	3.25
14	4.7 × 10 ⁶	3.5
15	1.4 × 10 ⁷	3.75

3↵3↵4

Qual è l'ultima cifra di 3^{2015} ?

Quindi
l'ultima cifra
di
 3^{2015}
è
7

$$\frac{2015^{\sqrt{x}}}{4}$$

$$503\frac{3}{4}$$

	\sqrt{x}	$f(x)$	$g(x)$
1	0	1	0
2	1	3	0.25
3	2	9	0.5
4	3	27	0.75

$$3 \lfloor 4$$

	\sqrt{x}	$f(x)$	$g(x)$
5	4	81	1
6	5	243	1.25
7	6	729	1.5
8	7	2187	1.75

$$1 \lfloor 3 \lfloor 4$$

Qual è l'ultima cifra di a^n ?

Qual è l'ultima cifra di a^n ?

*dove a è una qualsiasi cifra da 0 a 9
ed n un qualsiasi numero naturale*

Completa la seguente tabella:

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
uc a^n	0	1		1,3,9,7						

Qual è l'ultima cifra di a^n ?

E se il numero a fosse formato da più cifre?

Si può verificare e anche dimostrare facilmente che l'ultima cifra della potenza a^n dipende esclusivamente dall'ultima cifra della base a .

E se il numero a fosse un numero intero?

Per i numeri negativi bisognerà fare attenzione al segno che sarà positivo nel caso di esponenti pari e sarà negativo nel caso di esponenti dispari.

Qual è la prima cifra di 3^{2015} ?

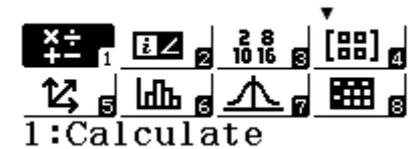
Qual è la prima cifra di 3^{2015} ?

Qual è il massimo valore dell'esponente per cui puoi visualizzare il numero in notazione scientifica?

$$3^x < 10^{100}$$

Come si può evitare di andare per tentativi?

I logaritmi: $\log 3^x < \log 10^{100}$



3^{209} \sqrt{x} \square \blacktriangle
5.228080143 $\times 10^{99}$

3^{210} \sqrt{x} \square \blacktriangle

Math \sqrt{x} \square ERROR

[AC] :Cancel
[◀][▶]:Goto

$\frac{100}{\log(3)}$ \sqrt{x} \square \blacktriangle
209.5903274

Qual è la prima cifra di 3^{2015} ?

I logaritmi si usano anche per trovare le cifre significative di numeri molto grandi:

$$3^{2015} = 10^{\log 3^{2015}} = 10^{2015 \cdot \log 3}$$

$$10^{2015 \cdot \log 3} = 10^{k+d} = 10^k \cdot 10^d$$

*dove k è la parte intera (**caratteristica**)*

*d è la parte decimale (**mantissa**)*

quindi 10^k è un 1 seguito da k cifre 0 e

solo il fattore 10^d determina le cifre significative

Qual è la prima cifra di 3^{2015} ?

Qual è la prima cifra di 3^{2015} ?

$$10^{2015 \cdot \log 3} = 10^{k+d} = 10^k \cdot 10^d$$

dove k è la parte intera = 961

d è la parte decimale = 0,3993283

Quindi solo il fattore 10^d

determina la prima cifra che pertanto è

2

$$2015 \times \log(3) \quad \blacktriangle$$

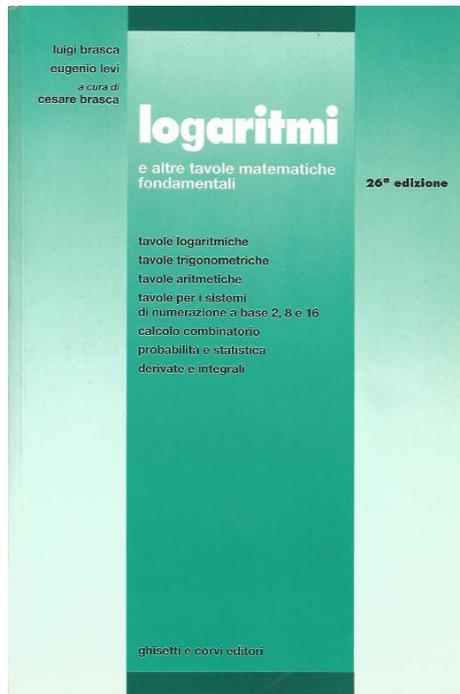
961.3993283

$$10^{0.3993283} \quad \blacktriangle$$

2.508004434

Le tavole logaritmiche

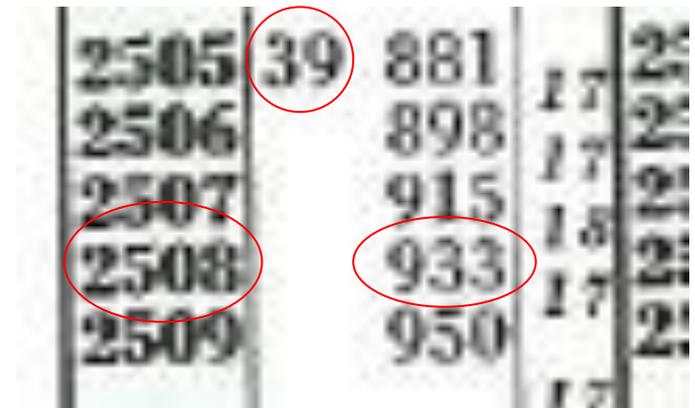
Prima dell'avvento delle calcolatrici scientifiche era necessario ricorrere alle tavole dei logaritmi, con la distinzione tra caratteristica e mantissa.



Tav. 4 (seguito)
LOGARITMI DECIMALI
Mantisse, a 5 decimali, dei logaritmi dei numeri da 1.000 a 10.000

2500 - 2750 : N
39... - 43... : Mant.

P. P.	N	Mant.	d									
	2500	39 794		2550	40 654		2600	41 497		2650	42 315	
	2501	811		2551	671		2601	514		2651	514	
	2502	828		2552	688		2602	531		2652	531	
	2503	846		2553	705		2603	547		2653	547	
	2504	863		2554	722		2604	564		2654	564	
	2505	881		2555	739		2605	581		2655	581	
	2506	898		2556	756		2606	597		2656	597	
	2507	915		2557	773		2607	614		2657	614	
	2508	933		2558	790		2608	631		2658	631	
	2509	950		2559	807		2609	647		2659	647	
	2510	968		2560	824		2610	664		2660	664	
	2511	985		2561	841		2611	681		2661	681	
	2512	1000		2562	858		2612	697		2662	697	
	2513	018		2563	875		2613	714		2663	714	
	2514	035		2564	892		2614	731		2664	731	
	2515	052		2565	909		2615	747		2665	747	
	2516	070		2566	926		2616	764		2666	764	
	2517	087		2567	943		2617	781		2667	781	
	2518	104		2568	960		2618	797		2668	797	
	2519	121		2569	977		2619	814		2669	814	
	2520	140		2570	995		2620	830		2670	830	
	2521	157		2571	012		2621	847		2671	847	
	2522	174		2572	029		2622	863		2672	863	
	2523	191		2573	046		2623	880		2673	880	
	2524	208		2574	063		2624	896		2674	896	
	2525	225		2575	080		2625	913		2675	913	
	2526	243		2576	097		2626	929		2676	929	
	2527	260		2577	114		2627	946		2677	946	
	2528	278		2578	131		2628	963		2678	963	
	2529	295		2579	148		2629	979		2679	979	
	2530	313		2580	165		2630	996		2680	996	
	2531	329		2581	182		2631	012		2681	012	
	2532	346		2582	199		2632	029		2682	029	
	2533	364		2583	216		2633	045		2683	045	
	2534	381		2584	233		2634	062		2684	062	
	2535	400		2585	250		2635	078		2685	078	
	2536	418		2586	267		2636	095		2686	095	
	2537	436		2587	284		2637	111		2687	111	
	2538	454		2588	301		2638	128		2688	128	
	2539	472		2589	318		2639	144		2689	144	
	2540	490		2590	335		2640	161		2690	161	
	2541	508		2591	352		2641	177		2691	177	
	2542	526		2592	369		2642	194		2692	194	
	2543	544		2593	386		2643	210		2693	210	
	2544	562		2594	403		2644	227		2694	227	
	2545	580		2595	420		2645	243		2695	243	
	2546	598		2596	437		2646	260		2696	260	
	2547	616		2597	454		2647	276		2697	276	
	2548	634		2598	471		2648	293		2698	293	
	2549	652		2599	488		2649	309		2699	309	
	2550	670		2600	505		2650	326		2700	326	
	2550	688		2600	522		2700	343		2750	45 933	



Qual è la prima cifra di a^n ?

Anche in questo caso è possibile generalizzare il problema e quindi con lo stesso metodo si può determinare la prima cifra di una qualsiasi

potenza del tipo **a^n**

dove a è un qualsiasi numero reale positivo ed n è un qualsiasi numero reale positivo.

Numeri mirabili e attrattori

*Una **procedura iterativa** è un algoritmo che consente la costruzione dei successivi elementi a partire dal primo, attraverso la ripetuta applicazione dell'algoritmo stesso.*

*Secondo Hofstadter un numero si dice **mirabile** se 1 è l'attrattore della procedura iterativa che associa al numero la sua metà se il numero è pari e il suo triplo aumentato di 1 se è dispari.*

*In un procedimento iterativo l'**attrattore** indica il numero (o i numeri) a cui tendono i valori ottenuti nelle successive iterazioni, all'aumentare del numero di quest'ultime.*

Numeri mirabili e attrattori

Scegli un qualsiasi numero naturale, minore di 1.000.000, e stabilisci se tale numero è mirabile secondo un certo procedimento iterativo.

La nostra procedura consiste nel prendere un numero naturale e nel fare la somma dei quadrati delle cifre che lo compongono.

Il numero scelto sarà mirabile se, sottoposto alla procedura iterativa, ha come attrattore 1.



fx – CG 20

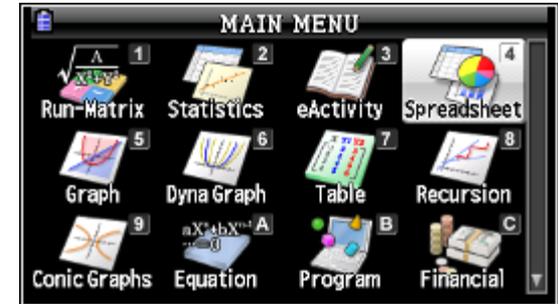
Numeri mirabili e attrattori

Scopriamo la calcolatrice.

Entra nel menu 4 Spreadsheet, ovvero il foglio di calcolo.

Apri un nuovo file e salvalo con il nome "MIRABILI".

Il foglio di calcolo permette di impostare e visualizzare immediatamente i risultati di procedimenti iterativi.



MIR	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR ▶

Numeri mirabili e attrattori

Quando si progetta un foglio di calcolo è opportuno impostarlo in modo che sia facilmente modificabile.

La procedura iterativa scelta per il nostro esercizio è interessante perché richiede di ottenere in distinte celle tutte le cifre del numero scelto in partenza e di tutti quelli che si ottengono successivamente.

Se impostato in maniera opportuna, il programma potrà essere facilmente adattato anche per la trasformazione di un numero naturale dal sistema di numerazione decimale ad un altro, come per esempio il binario.

Numeri mirabili e attrattori

Premi prima **ALPHA** **EXP** per inserire un testo in una cella e **SHIFT** **ALPHA** per inserire più lettere di seguito.

Inserisci nella cella A2 la base del sistema di numerazione (10) e nelle celle da B2 a G2 gli esponenti (da 5 a 0).

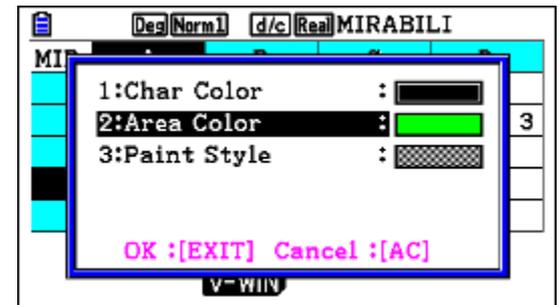
Premi **SHIFT** **5** se vuoi cambiare il formato delle celle.

The screenshot shows the CASIO MIRABILI spreadsheet editor. The title bar includes 'Deg Norm1', 'd/c Real', and 'MIRABILI'. The spreadsheet has 5 rows and 4 columns labeled A, B, C, and D. Row 1 contains 'BASE' in column A and 'ESPONENTI' in column B. Row 2 contains '10' in column A, '5' in column B, '4' in column C, and '3' in column D. Row 3 contains 'NUM' in column A. The status bar at the bottom shows 'FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR' and a right arrow.

MIR	A	B	C	D
1	BASE	ESPONENTI		
2	10	5	4	3
3	NUM			
4				
5				

The screenshot shows the same spreadsheet as above, but now with '5' entered in cell D2. The status bar at the bottom shows 'FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR' and a right arrow.

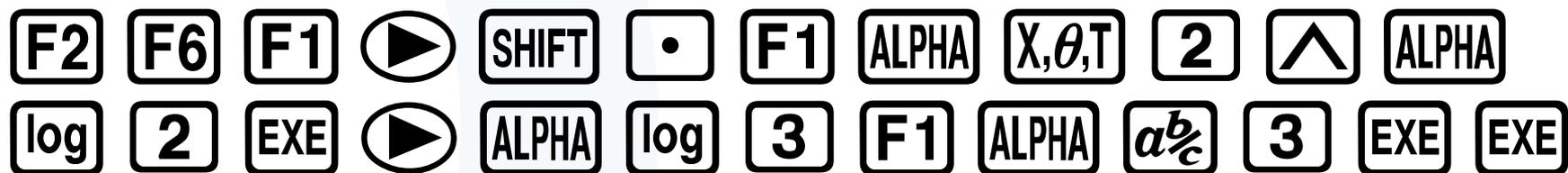
MIR	A	B	C	D
1	BASE	ESPONENTI		
2	10	5	4	3
3	NUM			
4				
5				5



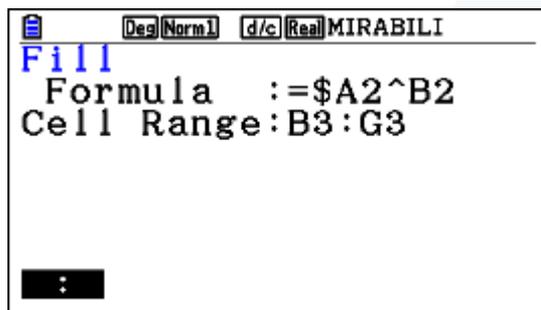
Numeri mirabili e attrattori

Non dimenticarti di inserire l' = nelle formule

Nelle celle da B3 a G3 imposta la formula per ottenere le potenze con base ed esponenti scelti.



Inserisci un numero qualsiasi nella cella verde A4.



MIR	A	B	C	D
1	BASE			
2	10	5	4	3
3	N	100000	10000	1000
4	123456			
5				

= \$A2^B2

MIR	E	F	G	H
1				
2	2	1	0	
3	100	10	1	
4				
5				

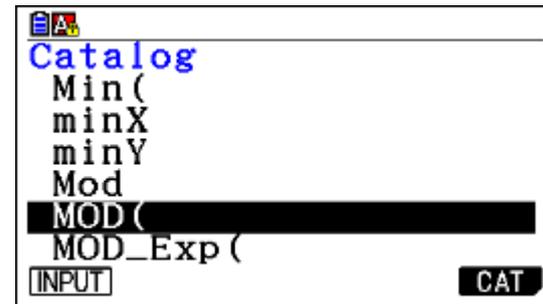
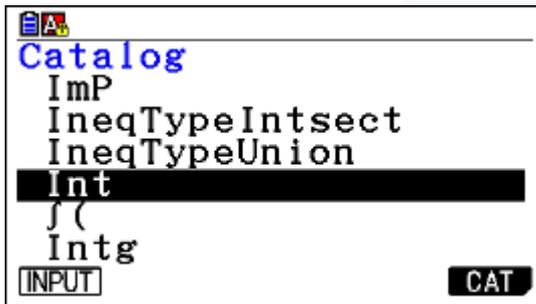
= \$A2^G2

Numeri mirabili e attrattori

Nel catalogo della calcolatrice (**SHIFT** **4**) trovi due funzioni utili per impostare le formule che permettono di ottenere nelle celle da B4 a G4 le cifre del numero scelto nella cella verde A4 :

Int parte intera

MOD(resto della divisione tra dividendo e
divisore



Numeri mirabili e attrattori

Nelle celle da B4 a B50 inserisci la formula per ottenere la cifra delle centinaia di migliaia dei numeri inseriti nelle celle della colonna A.

Nelle celle da C4 a G50 inserisci le formule per ottenere le altre cifre dei numeri inseriti nelle celle della colonna A.

MIR	A	B	C	D
1	BASE	ESPONENTI		
2	10	5	4	3
3	NUM	100000	10000	1000
4	123456	1		
5		0		

=Int (A4÷B\$3)

MIR	A	B	C	D
1	BASE	ESPONENTI		
2	10	5	4	3
3	NUM	100000	10000	1000
4	123456	1	2	3
5		0	0	0

=Int (MOD(\$A4,B\$3)÷C\$

MIR	E	F	G	H
1				
2	2	1	0	
3	100	10	1	
4	4	5	6	
5	0	0	0	

=Int (MOD(\$A4,F\$3)÷G\$

Numeri mirabili e attrattori

Nella cella H3 scrivi SQC (somma dei quadrati delle cifre).

Nelle celle da H4 a H50 imposta la formula per determinare la somma dei quadrati delle cifre dei numeri contenuti nella colonna A.

Nelle celle da A5 ad A50 copia il numero ottenuto nella colonna H della riga precedente.

MIR	E	F	G	H
1				
2	2	1	0	
3	100	10	1	SQC
4	4	5	6	
5	0	0	0	

"SQC"
 [FILL] [SORTASC] [SORTDES] [▶]

MIR	E	F	G	H
1				
2	2	1	0	
3	100	10	1	SQC
4	4	5	6	91
5	0	0	0	0

=B4² + C4² + D4² + E4² +
 [FILL] [SORTASC] [SORTDES] [▶]

MIR	A	B	C	D
4	123456	1	2	3
5	91	0	0	0
6	82	0	0	0
7	68	0	0	0
8	100	0	0	0

=H4
 [FILL] [SORTASC] [SORTDES] [▶]

Numeri mirabili e attrattori

Inserisci un qualsiasi numero nella cella verde A4 ed osserva i numeri che ottieni nelle celle con sfondo rosso della colonna A per verificare se il numero scelto risulta mirabile oppure no.

MIR	A	B	C	D
4	234567	2	3	4
5	139	0	0	0
6	91	0	0	0
7	82	0	0	0
8	68	0	0	0

234567

MIR	A	B	C	D
8	68	0	0	0
9	100	0	0	0
10	1	0	0	0
11	1	0	0	0
12	1	0	0	0

=H11

MIR	A	B	C	D
4	270715	2	7	0
5	128	0	0	0
6	69	0	0	0
7	117	0	0	0
8	51	0	0	0

270715

MIR	A	B	C	D
9	26	0	0	0
10	40	0	0	0
11	16	0	0	0
12	37	0	0	0
13	58	0	0	0

=H12

MIR	A	B	C	D
4	987654	9	8	7
5	271	0	0	0
6	54	0	0	0
7	41	0	0	0
8	17	0	0	0

987654

MIR	A	B	C	D
9	50	0	0	0
10	25	0	0	0
11	29	0	0	0
12	85	0	0	0
13	89	0	0	0

=H12

Numeri mirabili e attrattori

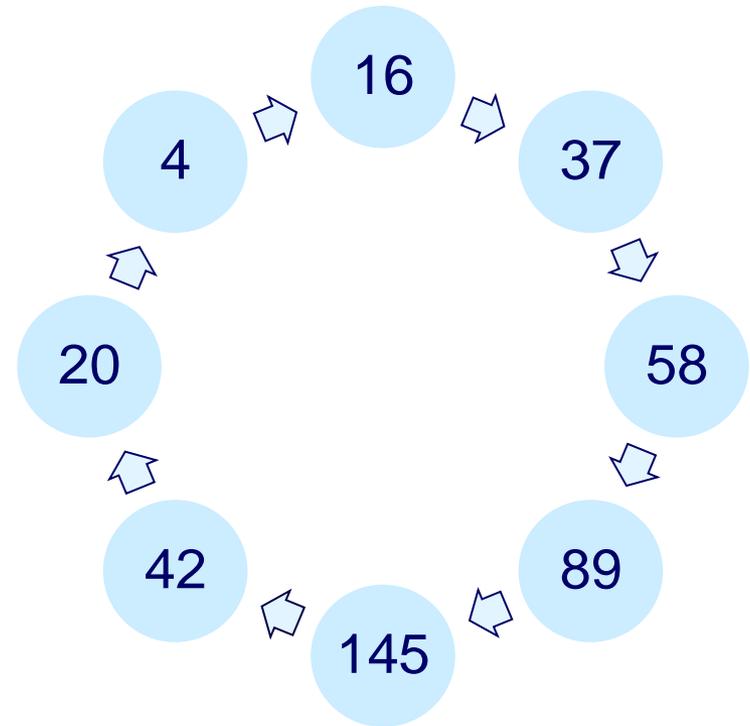
Osservando i risultati nelle celle rosse si deduce che, a partire da qualsiasi numero scelto nella cella verde, la procedura iterativa della somma dei quadrati delle cifre si riduce rapidamente alla somma dei quadrati delle cifre di un numero composto da sole due cifre.

*Tenendo conto che secondo la procedura scelta i numeri del tipo **ab** hanno lo stesso comportamento dei numeri del tipo **ba**, non è difficile dedurre quali sono i numeri di due cifre che conducono a numeri mirabili:*

***10 – 13 e 31 – 19 e 91 – 23 e 32 – 28 e 82 –
– 44 – 49 e 94 – 68 e 86 – 70 – 79 e 97.***

Numeri mirabili e attrattori

Se il numero scelto non è mirabile, la procedura iterativa della somma dei quadrati delle cifre risulta ciclica secondo la sequenza:



Esistono frequenti sequenze, come per esempio
 $25 \rightarrow 29 \rightarrow 85$ e **$18 \rightarrow 65 \rightarrow 61$**
che immettono nel ciclo.

Numeri mirabili e attrattori

L'attività si potrebbe utilizzare anche per fare qualche esercizio del tipo:

- Determinare se esistono ed eventualmente stabilire quanti sono i numeri di 3 cifre tali che la somma dei quadrati delle loro cifre è 91.*
- Determinare se esistono ed eventualmente stabilire quanti sono i numeri di 4 cifre tali che la somma dei quadrati delle loro cifre è 100.*

Questa attività didattica potrebbe anche essere modificata scegliendo una diversa procedura iterativa.

Polinomi monici

Sia $P(x)$ un polinomio di quarto grado monico, ovvero il suo coefficiente di grado massimo è 1.

Sappiamo inoltre che

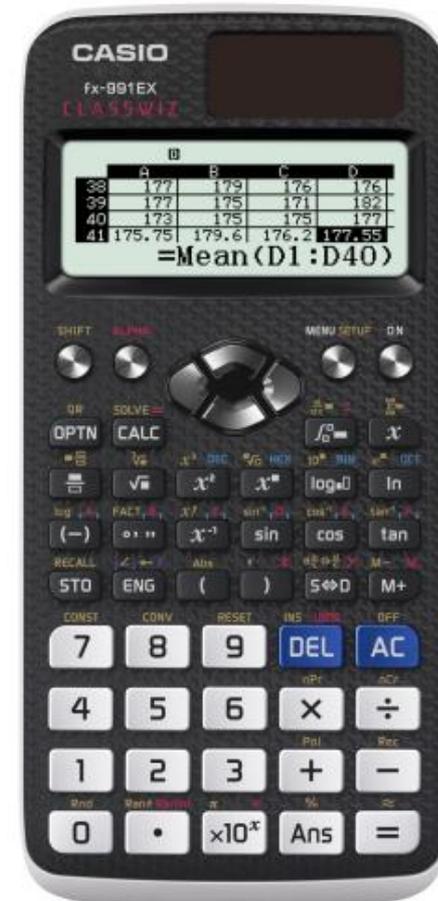
$$P(2) = 4$$

$$P(3) = 9$$

$$P(4) = 16$$

$$P(5) = 25$$

Determinare $P(x)$.



CLASSWIZ
fx - 991EX

Polinomi monici

$$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$P(2) = 4 \quad 16 + 8a + 4b + 2c + d = 4$$

$$P(3) = 9 \quad 81 + 27a + 9b + 3c + d = 9$$

$$P(4) = 16 \quad 256 + 64a + 16b + 4c + d = 16$$

$$P(5) = 25 \quad 625 + 125a + 25b + 5c + d = 25$$

$$8a + 4b + 2c + d = -12$$

$$27a + 9b + 3c + d = -72$$

$$64a + 16b + 4c + d = -240$$

$$125a + 25b + 5c + d = -600$$

Polinomi monici

Sistemi Lineari



Entra nel menu A: Equation / Func

Digita prima 1 per scegliere i sistemi e poi 4 per indicare il numero delle incognite.

Inserisci poi i coefficienti del sistema ridotto in forma normale ottenuto in precedenza, premendo = ogni volta che si inserisce un coefficiente e per visualizzare le soluzioni.

1:Simul Equation
2:Polynomial

Simul Equation
Number of
Unknowns?
Select 2~4

$$\begin{cases} 8x + 4y + 2z = 8 \\ 27x + 9y + 3z = 32 \\ 64x + 16y + 4z = 42 \\ 125x + 25y + 5z = 52 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= -600 \\ y &= -14 \\ z &= 72 \\ t &= -154 \end{aligned}$$

Polinomi monici

Con la calcolatrice otteniamo facilmente:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -14 \\ b = 72 \\ c = -154 \\ d = 120 \end{array} \right.$$

quindi

$$***P(x) = x^4 - 14x^3 + 72x^2 - 154x + 120***$$

Ma non è l'unico metodo risolutivo, soprattutto se non avessi la calcolatrice a portata di mano.

Polinomi monici

Sia $P(x)$ un polinomio di quarto grado monico, ovvero il suo coefficiente di grado massimo è 1.

Sappiamo inoltre che

$$P(2) = 4$$

$$P(3) = 9$$

$$P(4) = 16$$

$$P(5) = 25$$

Determinare $P(x)$.

Possiamo affermare che $P(x) = x^2$ per $x = 2, 3, 4$ e 5

quindi $P(x) - x^2 = 0$ per $x = 2, 3, 4$ e 5

ovvero $P(x) - x^2 = (x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$

da cui $P(x) = (x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + x^2$

e con semplici calcoli si ottiene di nuovo:

$$P(x) = x^4 - 14x^3 + 72x^2 - 154x + 120$$

Evviva le differenze!

Pensa un polinomio $P(x)$ di grado minore o uguale a 5.

Calcola

$P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$, $P(5)$ e $P(6)$

Scrivi i valori ottenuti nella tabella:

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(x)$							

Il polinomio che hai pensato è

$P(x) =$



fx – CG 20

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

x	0	1	2	3	4
$P(x)$	3	0	1	6	15
$\Delta P(x)$	-3	1	5	9	
$\Delta\Delta P(x)$	4	4	4		

$$P(0) = c$$

$$P(1) - P(0) = a + b$$

$$[P(2) - P(1)] - [P(1) - P(0)] = 2a$$

$$P(1) = a + b + c$$

$$P(2) - P(1) = 3a + b$$

$$[P(3) - P(2)] - [P(2) - P(1)] = 2a$$

$$P(2) = 4a + 2b + c$$

$$P(3) - P(2) = 5a + b$$

$$[P(4) - P(3)] - [P(3) - P(2)] = 2a$$

$$P(3) = 9a + 3b + c$$

$$P(4) - P(3) = 7a + b$$

$$P(4) = 16a + 4b + c$$

$$\begin{cases} 2a = 4 \\ a + b = -3 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = 3 \end{cases} \quad P(x) = 2x^2 - 5x + 3$$

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(x)$	2	-3	-6	-1	18	57	122
$\Delta P(x)$	-5	-3	5	19	39	65	
$\Delta\Delta P(x)$	2	8	14	20	26		
$\Delta\Delta\Delta P(x)$	6	6	6	6			

$$P(0) = d$$

$$P(1) = a + b + c + d$$

$$P(2) = 8a + 4b + 2c + d$$

$$P(3) = 27a + 9b + 3c + d$$

$$P(4) = 64a + 16b + 4c + d$$

$$P(5) = 125a + 25b + 5c + d$$

$$P(6) = 216a + 36b + 6c + d$$

$$P(1) - P(0) = a + b + c$$

$$P(2) - P(1) = 7a + 3b + c$$

$$P(3) - P(2) = 19a + 5b + c$$

$$P(4) - P(3) = 37a + 7b + c$$

$$P(5) - P(4) = 61a + 9b + c$$

$$P(6) - P(5) = 91a + 11b + c$$

$$\Delta\Delta P1 = 6a + 2b$$

$$\Delta\Delta P2 = 12a + 2b$$

$$\Delta\Delta P3 = 18a + 2b$$

$$\Delta\Delta P4 = 24a + 2b$$

$$\Delta\Delta P5 = 30a + 2b$$

$$\Delta\Delta\Delta P1 = 6a$$

$$\Delta\Delta\Delta P2 = 6a$$

$$\Delta\Delta\Delta P3 = 6a$$

$$\Delta\Delta\Delta P4 = 6a$$

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(x)$	2	-3	-6	-1	18	57	122
$\Delta P(x)$	-5	-3	5	19	39	65	
$\Delta\Delta P(x)$	2	8	14	20	26		
$\Delta\Delta\Delta P(x)$	6	6	6	6			

$$\begin{cases} 6a = 6 \\ 6a + 2b = 2 \\ a + b + c = -5 \\ d = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -4 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 2$$

Evviva le differenze!

Pensa un polinomio $P(x)$ di grado minore o uguale a 5.

Calcola

$P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$, $P(5)$ e $P(6)$

Scrivi i valori ottenuti nella tabella:

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(x)$							

Che cosa puoi dedurre analizzando le colonne delle differenze?



fx – CG 20

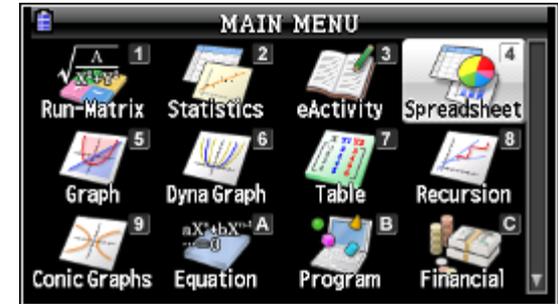
Evviva le differenze!

Riprendiamo la calcolatrice.

Entra nel menu 4 Spreadsheet, ovvero il foglio di calcolo.

Apri un nuovo file e salvalo con il nome "DIFFEREN".

Il foglio di calcolo permette di impostare le tabelle per esprimere successive differenze dei valori dei polinomi.



DIF	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				

Evviva le differenze!

Premi prima **ALPHA** **EXP** per inserire un testo in una cella e **SHIFT** **ALPHA** per inserire più lettere di seguito.

Inserisci nella cella A2 l'incremento della variabile indipendente e nelle celle da B2 a G2 i coefficienti del polinomio.

Inserisci nella cella A4 il primo valore della variabile indipendente.

Deg(Norm1) d/c Real DIFFEREN				
DIF	A	B	C	D
1	INCR	Ax^5	Bx^4	Cx^3
2	1			
3	N	P(N)	DP	DDP
4	0			
5				

1

Deg(Norm1) d/c Real DIFFEREN				
DIF	D	E	F	G
1	Cx^3	Dx^2	Ex	F
2				
3	DDP	DDDP	DDDDP	DDDDDP
4				
5				

"Cx^3

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR >

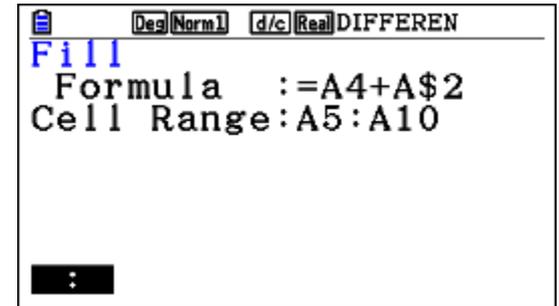
Evviva le differenze!

Non dimenticarti di inserire

l' = nelle formule

Inserisci nelle celle da A5 a A10 i primi sei valori incrementati della variabile indipendente.

Si potranno così variare sia l'incremento sia il primo valore della variabile indipendente.



DIF	A	B	C	D
1	INCR	Ax^5	Bx^4	Cx^3
2	1			
3	N	P(N)	DP	DDP
4	0			
5	1			

=A4+A\$2
FILL SORTASC SORTDES

DIF	A	B	C	D
6	2			
7	3			
8	4			
9	5			
10	6			

=A9+A\$2
FILL SORTASC SORTDES

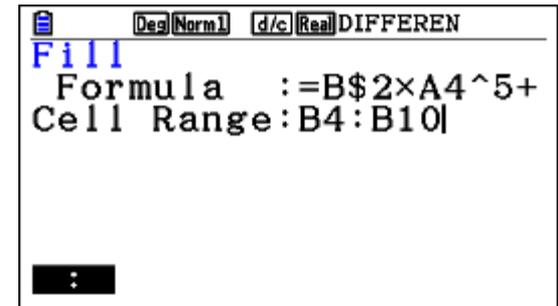
Evviva le differenze!

Non dimenticarti di inserire

l' = nelle formule

Inserisci nelle celle da B4 a B10 i primi sette valori del polinomio.

Se inserisci i coefficienti del polinomio di quarto grado monico dell'attività precedente ottieni un ulteriore metodo di risoluzione dell'esercizio proposto.



DIF	A	B	C	D
1	INCR	Ax^5	Bx^4	Cx^3
2	1	0	1	-14
3	N	P(N)	DP	DDP
4	0	120		
5	1	25		

=B\$2×A4^5+C\$2×A4^4+D\$

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

DIF	A	B	C	D
6	2	4		
7	3	9		
8	4	16		
9	5	25		
10	6	60		

=B\$2×A10^5+C\$2×A10^4+D\$

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

Evviva le differenze!

Inserisci nelle colonne da C a G i valori delle differenze successive ed osserva attentamente i risultati.

DIF	A	B	C	D
1	INCR	Ax^5	Bx^4	Cx^3
2	1	0	1	-14
3	N	P(N)	DP	DDP
4	0	120	-95	74
5	1	25	-21	26
=B5-B4				
FILL SORTASC SORTDES >				

DIF	E	F	G	H
1	Dx^2	Ex	F	
2	72	-154	120	
3	DDDP	DDDDP	DDDDDP	
4	-48	24	0	
5	-24	24	0	
=D5-D4				
FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR >				

DIF	A	B	C	D
6	2	4	5	2
7	3	9	7	2
8	4	16	9	26
9	5	25	35	
10	6	60		
=B10-B9				
FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR >				

DIF	E	F	G	H
6	0	24		
7	24			
8				
9				
10				
=D8-D7				
FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR >				

DIF	A	B	C	D
Fill				
Formula :=B5-B4				
Cell Range:C4:G10				
EXE				

Evviva le differenze!

Cambiando i valori dell'incremento, del primo numero della variabile indipendente e dei coefficienti del polinomio si possono analizzare tante diverse possibili situazioni e scoprire interessanti formule matematiche.

Viceversa si potrebbe anche costruire un programma che a partire dai valori inseriti in una tabella di valori x e y permette di determinare i coefficienti del polinomio sfruttando proprio le successive differenze dei valori del polinomio.

I prossimi obiettivi

GALLERIA MATEMATICA

I risultati di apprendimento a conclusione del primo biennio dei nuovi Licei, Istituti Tecnici e Professionali



I risultati di apprendimento comuni alle Indicazioni Nazionali per i Licei e alle Linee Guida per gli Istituti Tecnici e Professionali sono stati selezionati nell'ambito di un progetto nazionale promosso dalla Direzione Generale per gli Ordinamenti Scolastici e per l'Autonomia Scolastica del MIUR che ha coinvolto numerosi docenti.

CASIO

FX - 350 ES Plus



Calcolatrice Scientifica con display naturale che riproduce la grafia dei libri di testo
252 funzioni

FX - 570 ES Plus

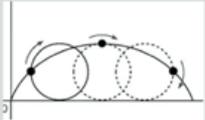
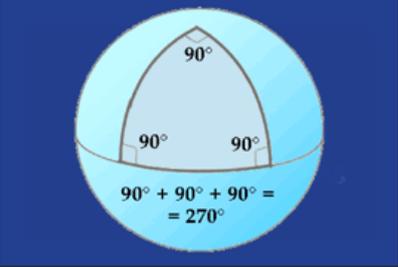


Calcolatrice Scientifica con display naturale che riproduce la grafia dei libri di testo e funzioni avanzate
417 funzioni



CASIO
EDUCATIONAL PROJECTS

I prossimi obiettivi

	Qual è il grafico di $y = f(x)$?	$e^{i\pi} + 1 = 0$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	Esistono solo cinque poliedri regolari
Equazioni di luoghi geometrici	Permutazioni Disposizioni Combinazioni	Come approssimare e , π , φ		\aleph_0 Chi è <i>aleph-zero</i> ?
I teoremi di <i>Lagrange</i> , <i>Rolle</i> , <i>l'Hôpital</i>	Problemi di massimo e minimo Il principio di induzione	Applicazione degli integrali al calcolo di aree e volumi	Dall'andamento del grafico alla possibile espressione analitica della funzione	Come approssimare un integrale definito
Principio di Cavalieri	Cos'è un sistema assiomatico?	Quante volte devo giocare al lotto per vincere?	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	