

Syllabus e Indicazioni Nazionali per i nuovi licei

Emilio Ambrisi*

In ogni esame è buona norma salvaguardare l'opportunità di apprendere, ovvero è buona norma che le tracce d'esame riguardino tutto e solo quello che si è detto ai candidati di dover studiare. Altrimenti, che "valutazione" ne conseguirebbe? Questo è il motivo per cui, per la prova scritta agli esami di Stato di liceo scientifico, i docenti vogliono un Syllabus. Lo chiedono da tempo, almeno da quando i programmi ministeriali vigenti non sono stati ritenuti più il riferimento certo dell'insegnamento/apprendimento e cioè dagli anni settanta in poi.

Avere un Syllabus significa avere l'elenco preciso e dettagliato di quello che è prescritto che deve essere insegnato e deve essere appreso e che è norma che sia accertato in sede di prova scritta. Significa mettere ciascun docente – ma anche ogni studente - nella condizione di conoscere meglio il compito che gli viene assegnato e di impegnarsi appieno, con tutta la sua professionalità, intelligenza e sensibilità, per soddisfarlo. E questo è anche il significato, almeno nel principio normativo che le ispira, delle Indicazioni Nazionali. C'è dunque una identità molto stretta tra ciò che è Syllabus e quello che le Indicazioni Nazionali dovrebbero essere.

Un Syllabus ufficiale per la prova scritta, decretato tale dall'autorità ministeriale, non c'è mai stato, ma sono stati compiuti vari tentativi. In particolare, presso il MIUR, per iniziativa della Struttura Tecnica per gli Esami di Stato, fu costituito, sul finire del 2008, un ampio gruppo di esperti, docenti universitari e secondari, con il compito di redigere un Syllabus per la prova scritta di Matematica agli esami di Stato, in definitiva un Syllabus delle conoscenze, abilità e competenze matematiche da conseguire a conclusione del percorso di liceo scientifico. Quel Syllabus, riportato nelle pagine seguenti, tiene conto della diversità di programma d'insegnamento tra corsi di ordinamento e corsi sperimentali (distinzione oggi già superata per le prime tre classi) e, fatto rile-

* presidente@mathesisnazionale.it

vante, è organizzato non per capitoli - trigonometria, geometria, analisi - ma per competenze: calcolare, applicare, risolvere, illustrare, definire, spiegare, dimostrare. Seppur non ufficializzato è stato ampiamente diffuso¹ e quel che è più importante ha costituito il quadro di riferimento per la definizione delle tracce d'esame che sono state proposte in questi anni e lo sarà per i prossimi due anni che sono ancora di vigenza dei programmi d'insegnamento ministeriali e cioè fino all'arrivo a regime dei nuovi corsi in cui il che cosa insegnare e che cosa apprendere sarà attinto dalle Indicazioni Nazionali.

La sessione del 2015 segnerà, cioè, l'arrivo agli esami di Stato della leva di studenti che hanno frequentato il nuovo corso di studio di liceo scientifico o la sua opzione delle scienze applicate. Un tale avvenimento pare che stia creando più d'un'ansia a docenti e studenti che prefigurano inaspettati cambiamenti. E ciò per una non univoca interpretazione dei risultati di apprendimento declinati nelle Indicazioni. Ad evitare simili affanni però non c'è che da procedere razionalmente. Esaminare il Syllabus e leggere le Indicazioni. Dall'analisi e dal confronto fra i due documenti, concordare quello che non va più bene nel Syllabus, cosa va cancellato, cosa va aggiunto, cosa va modificato. È questo lavoro che potrà tranquillizzare su che cosa potrà accadere nel 2016 almeno per i contenuti delle tracce. Un lavoro che se fatto con serietà e partecipazione collettiva – allo stesso modo di come fatto per il primo biennio - potrà essere il migliore sostegno all'attuazione delle Indicazioni nazionali nei licei, non solo scientifici e il più efficace modo per contribuire a quei miglioramenti nell'apprendimento della matematica sempre sperati.

La Mathesis è impegnata a sostenere un tale progetto di lettura comparata Syllabus/Indicazioni per arrivare ad una interpretazione condivisa delle Indicazioni e dare un nuovo Syllabus delle conoscenze abilità e competenze da accertare in sede di esame di Stato conclusivo del liceo scientifico.

Il testo del Syllabus

Premessa

La prova scritta negli Esami di Stato dei Licei Scientifici costituisce il momento culminante della verifica dell'azione didattica essendo finalizzata ad accertare le conoscenze specifiche di matematica apprese nel corso degli studi.

Su tali "conoscenze specifiche" si è sviluppato in questi ultimi anni un intenso dibattito in quanto il loro riferimento normativo risiede o in programmi in gran parte superati e disattesi (furono diramati con una nota del 18.9.1945

¹ È anche già presente sul PdM, nel numero 1 del 2010.

del Ministro A. Ruiz) o in programmi (PNI - Piani di Studio Brocca) molto vasti per essere compiutamente attuati.

Il presente Syllabus rappresenta la sintesi di tale dibattito compiuta attraverso il lavoro di un gruppo di esperti rappresentativo del mondo della matematica e della sua didattica che ha operato su invito della Direzione Generale per gli Ordinamenti Scolastici e per l'Autonomia Scolastica e il Coordinamento della Struttura Tecnica Esami di Stato.

Il Syllabus costituisce pertanto una descrizione di ciò che dovrebbe essere richiesto nella prova scritta di matematica dell'esame di Stato per il Liceo scientifico di ordinamento e per i Licei che attuano sperimentazioni di tipo PNI e Brocca (gli argomenti relativi sono evidenziati in corsivo). La forma prescelta per tale descrizione è quella della tipologia delle "domande" alle quali lo studente deve essere in grado di rispondere: *Calcolare/Determinare, Applicare/Risolvere, Spiegare/Illustrare/Definire, Dimostrare/Dedurre*.

Il Syllabus così organizzato presenta elementi di novità sia con riferimento al superamento dei tradizionali capitoli della matematica - ne rafforza, infatti, l'intima connessione interna - sia con riferimento agli obiettivi essenziali e alle innovazioni che oggi si prospettano per un efficace insegnamento e apprendimento della matematica intendendo anche che le conoscenze matematiche debbano essere disponibili come modelli per rappresentare e affrontare situazioni e problemi di varia natura.

1. Calcolare/ Determinare

- Misure di angoli in radianti e in gradi.
- Il numero di permutazioni, disposizioni, combinazioni in un insieme.
- La potenza n -esima di un binomio.
- Nel piano cartesiano, l'equazione di una retta per un punto e parallela o perpendicolare ad una retta data; la pendenza di una retta assegnata e l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un punto.
- L'equazione cartesiana di luoghi geometrici notevoli. In particolare: circonferenza, ellisse, parabola e iperbole.
- Le derivate di funzioni composte.
- Massimi e minimi di una funzione, punti di flesso, asintoti.
- Integrali indefiniti immediati o ad essi riconducibili
- Integrali per parti e per sostituzioni
- Aree delle superfici e volumi dei solidi (poliedri, solidi di rotazione, solidi di cui siano note le sezioni lungo una certa direzione).
- Valori approssimati di funzioni e grandezze anche utilizzando una calcolatrice tascabile.

PIANI DI STUDIO PNI e BROCCA

- *La media, mediana e scarto quadratico medio di un insieme di dati.*
- *La probabilità di eventi in situazioni uniformi e a partire dalla probabilità di altri eventi.*
- *Sottoinsiemi del piano definiti da sistemi di disequazioni.*
- *Equazioni di traslazioni, rotazioni, simmetrie nel piano soddisfacenti determinate condizioni.*
- *Soluzioni approssimate di equazioni.*
- *L'approssimazione di un integrale definito con una procedura di calcolo numerico.*
- *Proposizioni logicamente equivalenti. La negazione di proposizioni.*

2. Applicare/ Risolvere

- Il teorema di Ruffini, $P(x)$ è divisibile per $x - a$ se e solo se $P(a) = 0$.
- I teoremi della geometria euclidea piana e solida. In particolare: il teorema dell'angolo esterno, i teoremi di Pitagora e di Talete, il teorema delle tre perpendicolari.
- Equazioni, disequazioni, sistemi relativi a funzioni goniometriche, esponenziali, logaritmiche e alla funzione modulo.
- Le formule di addizione e le loro immediate conseguenze (duplicazione, bisezione);
- Il teorema dei seni e il teorema del coseno per la risoluzione dei triangoli.
- Limiti notevoli di successioni e di funzioni. In particolare:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n = e$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x / x^\beta = +\infty, \text{ per } a > 1, \beta > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log_a x) / x^\beta = 0, \text{ per } a > 1, \beta > 0$$
- Il teorema di Lagrange, il teorema di Rolle, il teorema di De L'Hospital, per lo studio delle proprietà e del grafico di una funzione o per il calcolo dei limiti.
- I teoremi del calcolo integrale nella determinazione delle aree e dei volumi.
- Problemi che richiedono di determinare il valore massimo o minimo di una grandezza che si può rappresentare come una funzione derivabile di una opportuna variabile.

- Problemi geometrici di 1° e 2° grado dipendenti eventualmente da un parametro.

PIANI DI STUDIO PNI e BROCCA

- *Cambiamenti di coordinate, cambiamenti di scala.*
- *Le formule per la somma dei primi n termini di una progressione aritmetica o geometrica.*
- *Il principio di induzione.*
- *Il teorema della media integrale.*
- *La probabilità condizionata e la formula di Bayes.*
- *La distribuzione binomiale. La distribuzione normale: in particolare il suo uso in relazione agli errori di misura.*

3. Spiegare/Illustrare/Definire

- Incidenza, parallelismo, perpendicolarità tra rette e piani nello spazio.
- I poliedri (parallelepipedi, prismi, piramidi, poliedri regolari) e gli sviluppi piani delle loro superfici. I solidi di rotazione (cono, cilindro e sfera), le loro sezioni piane e gli sviluppi piani delle loro superfici.
- Il principio di Cavalieri.
- Sottoinsiemi, prodotto cartesiano di due insiemi, funzioni, funzioni iniettive e suriettive, composizione di due funzioni; funzioni invertibili, funzioni inverse e relativi grafici.
- Funzioni limitate; funzioni crescenti in un intervallo, massimi e minimi (relativi, assoluti); funzioni periodiche.
- Le funzioni $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, $\text{tg}x$, $\text{arcsen}x$, $\text{arccos}x$, $\text{arctg}x$.
- Le funzioni esponenziali e logaritmiche: proprietà e grafici.
- Successioni numeriche. In particolare: progressioni aritmetiche e geometriche.
- Limite di una successione e limite di una funzione reale.
- Esempi di funzioni discontinue o non derivabili in qualche punto.
- Lunghezza della circonferenza e area del cerchio.
- Il significato geometrico di *integrale definito* per una funzione reale definita in un intervallo.

PIANI DI STUDIO PNI e BROCCA

- *Relazione di Eulero tra numero di vertici, spigoli, facce dei poliedri.*
- *Concetti primitivi, definizioni, assiomi, teoremi. Il V postulato di Euclide: considerazioni storiche e critiche.*
- *Il concetto di algoritmo. Algoritmi notevoli; in particolare l'approssimazione di e e π .*

- *Successioni definite per ricorrenza.*
- *L'indipendenza di eventi e le concezioni di probabilità.*

4. Dimostrare/Dedurre

- Uguaglianze e disuguaglianze, algebriche e trigonometriche
- L'esistenza di al più cinque poliedri regolari
 $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$.
- Le espressioni della derivata prima di x^n , $\sin x$, $\cos x$, e^x e da queste ricavare quelle di: $\log x$, $\arcsin x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{arctg} x$.
- Una proposizione a partire da un'altra data. Ad esempio:
 - Dal teorema di Lagrange, la disuguaglianza: $|\sin b - \sin a| \leq |b - a|$.
 - La crescita o decrescita di una funzione utilizzando il teorema di Lagrange.
 - Dal teorema di Lagrange il segno di una funzione.
 - Dal grafico di una funzione $f(x)$, la costruzione dei grafici di: $|f(x)|$, $1/f(x)$, $f(x-k)$, $f(kx)$, $kf(x)$, $k+f(x)$, con k numero reale.
 - L'unicità degli zeri di una funzione dal teorema di Rolle.

Hanno partecipato al lavoro, sviluppato dal dicembre 2008 al luglio 2009: Emilio Ambrisi, Gabriele Anzellotti, Ferdinando Arzarello, Elena Beretta, Claudio Bernardi, Tiziana Bindo, Giorgio Bolondi, Domenico Bruno, Mauro Cerasoli, Lucia Ciarrapico, Mariangela Chimetto, Biagio Dilibio, Domenica Di Sorbo, Michelangelo Di Stasio, Franco Eugeni, Paolo Francini, Alberto Gandolfi, Antonino Giambò, Annamaria Gilberti, Maria Paola Giovine, Marta Herbst, Andrea Laforgia, Paolo Lorenzi, Walter Maraschini, Alessandro Militerno, Aurelia Orlandoni, Roberto Ricci, Enza Russo, Carlo Sbordone, Luigi Tomasi, Luigi Verolino.