

MATHEISIS Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche

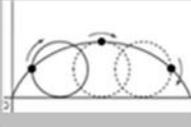
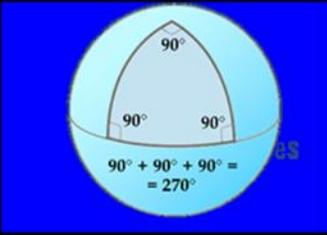
**Scuola Estiva di Matematica per i Docenti
delle Scuole Secondarie di 2° Grado**

*Il quadro di Mondrian per la
progettazione didattica*

Montegrotto Terme, 24 luglio 2014

Prof. Franzina Roberto

Partendo dal quadro di Mondrian cche elenca gli “obiettivi di uscita” da un Liceo Scientifico, si sono analizzati i testi degli Esami di Stato degli ultimi due anni cercando di vedere quali dei suddetti obiettivi sono stati inseriti nei testi delle prove d’esame:

	Qual è il grafico di $y = f(x)$?	$e^{i\pi} + 1 = 0$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	Esistono solo cinque poliedri regolari
Equazioni di luoghi geometrici	Permutazioni, disposizioni, combinazioni	Come approssimare e , π e φ		\aleph_0 Chi è aleph-zero?
I teoremi di Lagrange, Rolle, l'Hôpital	Problemi di massimo e minimo	Applicazioni degli integrali al calcolo di aree e volumi	Dall'andamento del grafico alla possibile espressione analitica della funzione	Come approssimare un integrale definito
Principio di Cavalieri	Il principio di induzione	Quante volte devo giocare al lotto per vincere?	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	

Nel quadro sottostante si è usata la seguente convenzione:

P = Problema

Q = Quesito

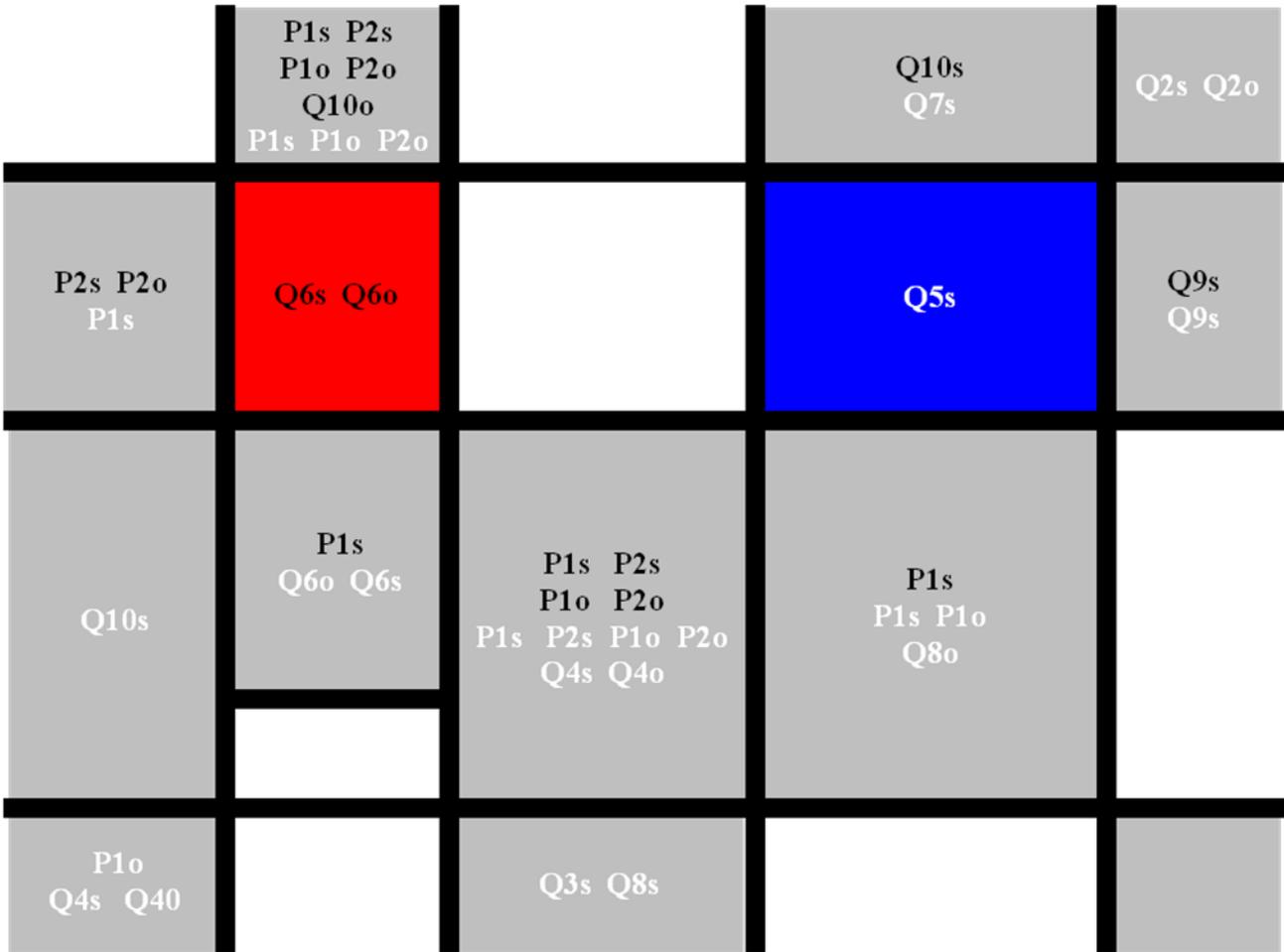
o = Corso di Ordinamneto

s = Corso Sperimentale

Scritte in nero = Esame 2014

Scritte in bianco = Esame 2013

Es: P1s = Problema N. 1 del Corso Sperimentale, Esame del 2014



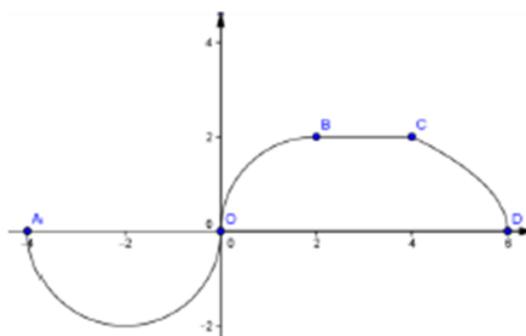
Qual è il
grafico di
 $y = f(x)$?

Equazioni
di luoghi
geometrici

Problema N. 1 Corso Sperimentale Esame 2014

PROBLEMA 1

Sia $g(x)$ una funzione continua sull'intervallo chiuso $[-4, 6]$. Il grafico di $g(x)$, disegnato a lato, passa per i punti $A(-4; 0)$, $O(0; 0)$, $B(2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(6; 0)$ e consiste della semicirconferenza di diametro AO , dell'arco, quarto di circonferenza, di estremi O e B , del segmento BC e dell'arco CD di una parabola avente per asse di simmetria l'asse x .



1. Si dica, giustificando la risposta, se $g(x)$ è derivabile nei punti A , O , B , C , D .
2. Posto $f(x) = \int_{-4}^x g(t) dt$, si calcolino: $f(-4)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$, $f(6)$.
3. Per quali valori di $x \in [-4, 6]$, $f(x)$ è positiva, negativa o nulla? E per quali x è positiva, negativa o nulla la funzione derivata seconda $f''(x)$?
4. La funzione $f(x)$ presenta un massimo e un minimo assoluti? Qual è l'andamento di $f(x)$?

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Quesito N. 10 Corso Sperimentale Esame 2013

10. Si stabilisca per quali valori $k \in \mathbb{R}$ l'equazione $x^2(3-x) = k$ ammette due soluzioni distinte appartenenti all'intervallo $[0, 3]$. Posto $k = 3$, si approssimi con due cifre decimali la maggiore di tali soluzioni, applicando uno dei metodi iterativi studiati.

**Esistono
solo cinque
poliedri
regolari**

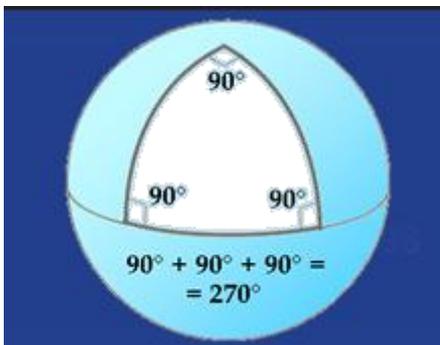
Quesito N 2 Corso Sperimentale/Ordinamento Esame 2014

2. Si spieghi perchè non esistono poliedri regolari le cui facce siano esagoni.

**Permutazioni
disposizioni,
combinazioni**

Quesito N. 6 Corso Sperimentale Esame 2013

6. Con le cifre da 1 a 7 è possibile formare $7! = 5040$ numeri corrispondenti alle permutazioni delle 7 cifre. Ad esempio i numeri 1234567 e 3546712 corrispondono a due di queste permutazioni. Se i 5040 numeri ottenuti dalle permutazioni si dispongono in ordine crescente qual è il numero che occupa la settima posizione e quale quello che occupa la 721-esima posizione?



Quesito N. 5 Corso Sperimentale Esame 2014

5. In un contesto di geometria non euclidea si illustri un esempio di triangolo i cui angoli non hanno somma 180° .

\aleph_0
**Chi è
aleph-
zero?**

Quesito N. 9 Corso Sperimentale Esame 2014

9. Le lettere N, Z, Q, R denotano, rispettivamente, gli insiemi dei numeri naturali, interi, razionali e reali mentre il simbolo \aleph_0 (*aleph-zero*) indica la cardinalità di N. Gli insiemi Z, Q e R hanno anch'essi cardinalità \aleph_0 ? Si motivi la risposta.

**I teoremi di
*Lagrange,
Rolle,
l'Hôpital***

Quesito N. 10 Corso Sperimentale Esame 2014

10. Si stabilisca per quali valori reali di a e b , si ha:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+bx} - 2}{x} = 1$$

Problemi di massimo e minimo

Quesito N. 6 Corso Ordinamento Esame 2014

6. Un'azienda commercializza il suo prodotto in lattine da 5 litri a forma di parallelepipedo a base quadrata. Le lattine hanno dimensioni tali da richiedere la minima quantità di latta per realizzarle. Quali sono le dimensioni, arrotondate ai mm, di una lattina?

Applicazioni degli integrali al calcolo di aree e volumi

Problema N. 2 (punto 3) Corso Ordinamento Esame 2014

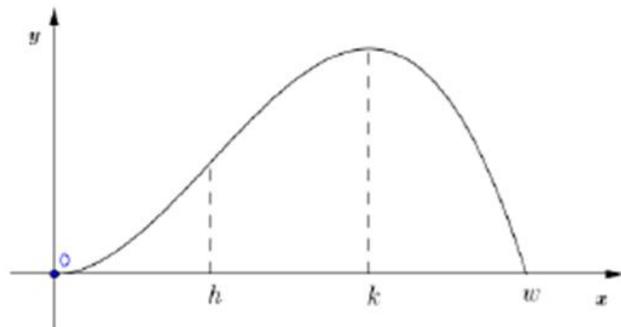
3. Si disegni la curva d'equazione $y^2 = x^2(4 - x^2)$ e si calcoli l'area della parte di piano da essa racchiusa.

Dall'andamento del grafico alla possibile espressione analitica della funzione

Problema N. 1 Corso Ordinamento Esame 2014

PROBLEMA 1

Nella figura a lato è disegnato il grafico Γ di $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ con f funzione definita sull'intervallo $[0, w]$ e ivi continua e derivabile. Γ è tangente all'asse x nell'origine O del sistema di riferimento e presenta un flesso e un massimo rispettivamente per $x = h$ e $x = k$.



- 1) Si determinino $f(0)$ e $f(k)$; si dica se il grafico della funzione f presenta punti di massimo o di minimo e se ne tracci il possibile andamento.
- 2) Si supponga, anche nei punti successivi 3 e 4, che $g(x)$ sia, sull'intervallo considerato, esprimibile come funzione polinomiale di terzo grado. Si provi che, in tal caso, i numeri h e k dividono l'intervallo $[0, w]$ in tre parti uguali.

Principio di Cavalieri

Quesito N. 4 Corso Sperimentale/Ordinamento Esame 2014

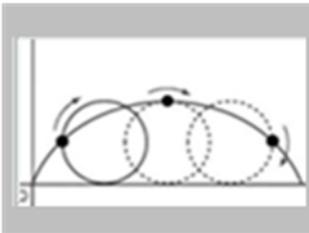
4. Un solido Ω ha per base la regione R delimitata dal grafico di $f(x) = e^{1/x}$ e dall'asse x sull'intervallo $[-2, -1]$. In ogni punto di R di ascissa x , l'altezza del solido è data da $h(x) = \frac{1}{x^2}$. Si calcoli il volume del solido.

Quante volte devo giocare al lotto per vincere?

Quesito N. 3 Corso Sperimentale Esame 2014

3. Venti palline sono poste in un'urna. Cinque sono rosse, cinque verdi, cinque gialle e cinque bianche. Dall'urna si estraggono a caso, senza reimbussolamento, tre palline. Si valutino le seguenti probabilità:
- esattamente una pallina è rossa
 - le tre palline sono di colori differenti.

I “riquadri” non affrontati negli ultimi due Esami di Stato sono:



$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

**Come
approssimare
e, π e φ**

**Come
approssimare
un
integrale
definito**

**Il principio
di induzione**

**Cos'è un
sistema
assiomatico?**

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

