Probabilità e Maturità

Un'analisi dei quesiti

di Andrea Centomo

Liceo "F. Corradini" di Thiene (VI)

Montegrotto, 24 luglio 2014

Tre epoche...

$1993 - 2000$	$2001 - 2014$	2015

Tabella 1. Epoche dei quesiti di maturità

Dal 2001 al 2014

Quesito 3. (2014) Venti palline sono poste in un'urna. Cinque sono rosse, cinque verdi, cinque gialle e cinque bianche. Dall'urna si estraggono a caso, senza reimbussolamento, tre palline. Si valutino le seguenti probabilità:

- esattamente una pallina è rossa;
- le tre palline sono di colori differenti.

Soluzione. Il numero di casi possibili, ossia il totale di terne diverse (a meno dell'ordine) formate da tre palline è

$$\binom{20}{3}.$$

Per calcolare la prima probabilità osserviamo che il numero di casi favorevoli, ossia il numero totale di terne diverse (a meno dell'ordine) che contengono una pallina rossa è pari a

$$5 \cdot \binom{15}{2}$$

da cui
$$P = \frac{5 \cdot \binom{15}{2}}{\binom{20}{3}} = \frac{35}{76}.$$
In modo analogo, per calcolare la seconda probabilità, contiamo il numero di casi favorevoli, ossia il numero totale di terne (a meno dell'ordine) formate da palline di colore diverso che è pari a
$$\frac{20 \cdot 15 \cdot 10}{3!} = 4 \cdot 5^3$$
da cui
$$P = \frac{4 \cdot 5^3}{\binom{20}{3}} = \frac{25}{57}.$$

Quesito 8. (2014) La “zara” è un gioco d’azzardo di origine araba che conobbe particolare fortuna in Italia in epoca medievale ne parla anche Dante nella Divina Commedia e si giocava con tre dadi. Si confronti la probabilità di ottenere in un lancio la somma 9 con quella di ottenere la somma 10.

Soluzione. Il numero di casi possibili ossia il totale di terne che si possono ottenere lanciado tre dadi è 6^3.

Le terne che danno somma nove sono

$$(6,2,1) \quad (5,3,1) \quad (5,2,2)$$

$$(4,4,1) \quad (4,3,2) \quad (3,3,3)$$

oppure loro permutazioni. Il numero di casi favorevoli per avere somma 9 è dunque

$$3!+3!+3+3+3!+1=25$$

da cui $P(9)=25/6^3$.

Analogamente, per avere somma dieci avremo

$$(6,3,1) \quad (6,2,2) \quad (5,3,2)$$

$$(5,4,1) \quad (4,4,2) \quad (4,3,3)$$

oppure loro permutazioni.

In questo caso il numero di casi favorevoli è

$$3! + 3 + 3! + 3! + 3 + 3 = 27$$

e $P(10) = 27/6^3 = 1/8$. Da cui si conclude che $P(10) > P(9)$.

Nota 1. Entrambi i quesiti del 2014 possono essere risolti ricorrendo al concetto classico di probabilità e a nozioni di calcolo combinatorio.

Quesito 7. (2011) Un test d'esame consta di dieci domande, per ciascuna delle quali si deve scegliere l'unica risposta corretta fra quattro alternative. Quale è la probabilità che, rispondendo a caso alle dieci domande, almeno due risposte risultino corrette?

Soluzione. Il test si può svolgere in 4^{10} modi diversi.

Di questi 3^{10} contengono tutte risposte errate, mentre $10 \cdot 3^9$ contengono solo una risposta esatta.

Quindi

$$P = \frac{4^{10} - 3^{10} - 10 \cdot 3^9}{4^{10}} = 1 - \frac{13}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^9$$

Nota 2. L'esercizio si poteva risolvere ricorrendo alla formula di Bernoulli e al concetto di probabilità complementare.

Quesito 8. (2012) Un'azienda possiede tre stabilimenti (A, B e C).
Nello stabilimento A si produce la metà dei pezzi, e di questi il 10% sono difettosi.

Nello stabilimento B si produce un terzo dei pezzi, e il 7% sono difettosi.

Nello stabilimento C si producono i pezzi rimanenti, e il 5% sono difettosi.

Sapendo che un pezzo è difettoso, con quale probabilità esso proviene dallo stabilimento A?

Soluzione. Nello stabilimento A si producono metà dei pezzi, nello stabilimento B si producono un terzo dei pezzi, quindi nello stabilimento C si producono

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

dei pezzi.

Immaginiamo una produzione di n pezzi

	$A(n/2)$			$B(n/3)$			$C(n/6)$	
D		B	D		B	D		B
$\frac{n}{20}$		$\frac{9n}{20}$	$\frac{7n}{300}$		$\frac{31n}{100}$	$\frac{n}{120}$		$\frac{19n}{120}$

Tabella 2. D (difettosi) B (buoni)

Il totale dei pezzi difettosi è

$$\frac{n}{20} + \frac{7n}{300} + \frac{n}{120} = \frac{49n}{600}$$

di cui $n/20$ provengono dallo stabilimento A. Quindi

$$P(A|D) = \frac{\frac{n}{20}}{\frac{49n}{600}} = \frac{30}{49}.$$

Nota 3. Il quesito richiede il concetto di probabilità condizionata ma **non** è necessario ricordare la formula di Bayes... basta una tabella o un albero!

Quesito 3. (2009) Una moneta da 2 euro (il suo diametro è 25,75 mm) viene lanciata su un pavimento ricoperto con mattonelle quadrate di lato 10 cm. Quale è la probabilità che la moneta vada a finire internamente ad una mattonella? (cioè non tagli i lati dei quadrati).

Soluzione. Modifichiamo leggermente il gioco e immaginiamo di lanciare la moneta su una mattonella quadrata Q di lato 10 centimetri.
Fissiamo l'attenzione sul centro C della moneta e osserviamo che la probabilità che esso cada in una regione R di area s centimetri quadrati, contenuta nel quadrato, è proporzionale all'area ossia

$$P(C \in R) = \frac{s}{10^2}.$$

La moneta cade all'interno di Q quando R è un quadrato concentrico a Q e con lato $10 - 2,575$ centimetri.
Quindi

$$P = \frac{(10 - 2,575)^2}{10^2} \approx 0,551.$$

Il risultato precedente continua a valere nel caso di un pavimento formato da n di mattonelle quadrate in quanto si ha

$$P' = \frac{(10 - 2,575)^2 n}{10^2 n} = P.$$

Nota 4. Possiamo dire che il quesito richiede più conoscenze di geometria che di calcolo delle probabilità?

Quesito 4. (2007) Spiegare l'importanza della distribuzione normale nelle applicazioni della matematica, illustrando il significato di μ (media), σ e di σ^2 (varianza) e come tali parametri influenzino l'andamento grafico.

Riassumendo...

Per un Esame di Stato di successo in probabilità serve:

a) avere solide basi di calcolo combinatorio e di probabilità classica;

b) conoscere l'esperimento di Bernoulli;

c) conoscere il concetto di probabilità condizionata e l'albero di Bayes;

d) possedere conoscenze teoriche sui diversi approcci alla probabilità e sulla distribuzione normale.

Le Indicazioni Nazionali

Dati e previsioni

Lo studente apprenderà le caratteristiche di alcune distribuzioni discrete e continue di probabilità (come la distribuzione binomiale, la distribuzione normale, la distribuzione di Poisson).

In relazione con le nuove conoscenze acquisite, anche nell'ambito delle relazioni della matematica con altre discipline, lo studente approfondirà il concetto di modello matematico e svilupperà la capacità di costruirne e analizzarne esempi.

Dal 1993 al 2000

Esercizio 1. (PNI 1993) Un imputato innocente deve essere giudicato da una giuria composta da tre giurati il cui verdetto finale è raggiunto a maggioranza. I tre giurati A , B e C assumono la loro decisione indipendentemente. A e B hanno probabilità p $(0 < p < 1)$ di decidere per l'assoluzione, mentre il giurato C decide in base al risultato ottenuto nel lancio di una moneta.

a) Si calcoli la probabilità che l'imputato sia assolto.

b) Supponendo di sostituire il giurato C con un altro giurato D che ha probabilità $p' \neq p$ $(0 < p' < 1)$ di decidere per l'assoluzione, si verifichi che la probabilità di assoluzione per l'imputato è maggiore che nel caso precedente se e solo se $p' > 1/2$.

c) Qualora gli imputati siano tre e siano giudicati, indipendentemente tra di loro, dalle giurie prima considerate, si esprima la probabilità dei seguenti eventi:

$$E_1 = \{\text{la giuria composta da A, B, C} \quad \text{ne assolve due su tre}\}$$

$$E_2 = \{\text{la giuria composta da A, B, D} \quad \text{ne assolve tre su tre}\}$$

$$E_3 = \{\text{la giuria composta da A, B, D} \quad \text{ne assolve almeno uno su tre}\}$$

In particolare per $p = 3/4$ si determini il valore di p' (probabilità che il giurato D decida per l'assoluzione) in modo che $P(E_1) = P(E_2)$.

Soluzione. Indichiamo con $\mathbb{A} = \{1, 0\}$ lo spazio delle alternative, dove al numero 1 corrisponde un giudizio di assoluzione e al numero 0 corrisponde invece un giudizio di condanna. Per i giudici A e B le probabilità degli eventi elementari sono

$$P(\{1\}) = p \qquad P(\{0\}) = 1 - p$$

mentre per il giudice C le probabilità degli eventi elementari sono

$$P(\{1\}) = P(\{0\}) = \frac{1}{2}.$$

Consideriamo allora lo spazio campione $\mathbb{A}^3$ dove

$$\mathbb{A}^3 = \{(1,1,1),(0,1,1),(1,0,1),(1,1,0),(0,0,1),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,0)\}$$

e notiamo che, data l'ipotesi di giudizio indipendente da parte dei giudici, la probabilità di ciascun evento elementare di questo spazio si calcola moltiplicando tra loro le probabilità degli eventi componenti. Così, ad esempio, si ha

$$P(\{(1,1,1)\}) = \frac{1}{2}\, p^2$$

$$P(\{(0,1,1)\}) = \frac{1}{2}\, p(1-p)$$

$$\ldots$$

Ora l'evento E, che corrisponde all'assoluzione a maggioranza del candidato, è dato dall'unione

$$E = \{(1,1,1)\} \cup \{(0,1,1)\} \cup \{(1,0,1)\} \cup \{(1,1,0)\}$$

da cui, per il teorema di probabilità totale per eventi incompatibili, si ha subito

$$P(E) = p^2 \cdot \frac{1}{2} + (1-p)p \cdot \frac{1}{2} + p(1-p) \cdot \frac{1}{2} + p^2 \cdot \frac{1}{2} = p$$

La sostituzione del giurato C con D produce come effetto che

$$P(E) = p'\, p^2 + p'p(1-p) + p'p(1-p) + p^2(1-p') = 2p'p + p^2 - 2p'p^2.$$

Ora

$$2p'p + p^2 - 2p'p^2 > p$$

da cui

$$2p' + p + 2p'p > 1 \qquad p' > \frac{1}{2} \cdot \frac{1-p}{1+p} \qquad p' > \frac{1}{2}.$$

Per rispondere al quesito c) basta ricorrere alla formula di Bernoulli nei primi due casi

$$P(E_1) = \binom{3}{2} p^2(1-p) = 3p^2(1-p)$$

$$P(E_2) = \binom{3}{3} (2p'p + p^2 - 2p'p^2)^3 = (2p'p + p^2 - 2p'p^2)^3$$

mentre nel terzo caso conviene osservare che

$$P(E_3^c) = \binom{3}{0} (1 - 2p'p + p^2 - 2p'p^2)^3 = (1 - 2p'p + p^2 - 2p'p^2)^3$$

da cui $P(E_3) = 1 - (1 - 2p'p + p^2 - 2p'p^2)^3$.

Finalmente se $p = 3/4$ si ha

$$\left(\frac{3}{2}p' + \frac{9}{16} - \frac{9}{8}p'\right)^3 = 3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{1}{4}$$

da cui

$$\frac{3}{8}\,p' + \frac{9}{16} = \frac{3}{4}$$

e $p' = 1/2$.

Nota 5. Storicamente questo è stato il primo esercizio di calcolo delle probabilità assegnato agli Esami di Stato. La sua soluzione richiede una buona conoscenza dei teoremi fondamentali del calcolo delle probabilità, della formula di Bernoulli e dell'algebra dei polinomi.

Nelle annate '93/'94 e '94/'95 la probabilità è sostituita dalla Statistica.

Esercizio 2. (PNI 1996) Paolo e Giovanni sono due amici appassionati di tiro con l'arco Paolo colpisce il bersaglio nel 75% dei casi, Giovanni nell'80%. Decidono di fare una gara osservando le seguenti regole:

- lanceranno una moneta per decidere chi tirerà per primo: se esce testa sarà Paolo, se esce croce sarà Giovanni;
- tireranno a turno e vincerà chi per primo farà centro.

Il candidato:

a) calcoli la probabilità che Giovanni vinca al quinto tiro;

b) calcoli la probabilità che Paolo vinca entro il quarto tiro;

c) se in un certo tiro fissato, ad esempio il quindicesimo, si ottiene centro per la prima volta, calcoli la probabilità che a tirare sia stato Paolo;

d) descriva una procedura che consenta di calcolare la probabilità che Paolo vinca all'ennesimo lancio se ad iniziare è stato Giovanni, e la codifichi in un linguaggio di programmazione conosciuto.

Nel '96/'97 non vengono assegnati esercizi di statistica e probabilità.

Distribuzione normale

Esercizio 5. (PNI 1998) Una macchina produce barre di acciaio a sezione circolare la cui lunghezza ottimale dovrebbe essere di 5 metri ed il diametro della sezione di 4 centimetri.
Le barre effettivamente prodotte, che si suppongono tra loro indipendenti, hanno una lunghezza aleatoria con distribuzione normale di media $m_1 = 5$ m e scarto standard $\sigma_1 = 4$ cm.
Il diametro della sezione è una variabile aleatoria, indipendente dalla precedente, e con distribuzione normale di media $m_2 = 4$ cm e scarto standard $\sigma_2 = 0,8$ cm.
Una generica barra prodotta può essere direttamente venduta senza modifiche se la sua lunghezza è compresa tra 4,95 m e 5,05 m e la sua sezione tra 2,8 cm e 5,2 cm.

La tavola della funzione di ripartizione della normale standardizzata è data.

Il candidato:

a) verifichi che la probabilità p di poter mettere in vendita senza modifiche una generica barra prodotta è 0,68;

b) indicata con f_n la frequenza relativa delle barre direttamente vendibili su n barre prodotte, esprima, in funzione di p, la numerosità n necessaria perché la probabilità che f_n disti da p più di 0,05 sia non superiore a 0,05;

c) dato il valore di p rilevato in a) se su 2000 barre prodotte 1000 risultano non direttamente vendibili, dica se si può sospettare che la macchina non funzioni secondo lo standard riportato sopra, se, cioè, il risultato ottenuto risulta a priori poco probabile (probabilità inferiore a 0,05) subordinatamente alle modalità di funzionamento della macchina, come indicato;

d) descriva una procedura che consenta di calcolare la probabilità di ottenere la prima barra direttamente vendibile solo all'n-esima prova, al variare di p e di n, e la codifichi in un linguaggio di programmazione conosciuto.

Soluzione. La variabile aleatoria l che descrive la lunghezza di una barra ha densità di probabilità

$$f_l(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 4} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-500}{4}\right)^2}$$

mentre variabile aleatoria d che descrive la sezione di una barra ha densità di probabilità

$$f_d(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 0,8} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-4}{0,8}\right)^2}.$$

Ora

$$P(495 \leq x \leq 505) = \int_{495}^{505} f_l(x) dx$$

sostituendo

$$z = \frac{x-500}{4} \qquad dz = \frac{dx}{4}$$

si ha

$$P(495 \leq l \leq 505) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-5/4}^{5/4} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz =$$

$$= \Phi(5/4) - \Phi(-5/4) \approx 0,788.$$

Analogamente

$$P(2,8 \leq d \leq 5,2) = \int_{2,8}^{5,2} f_d(x)dx$$

sostituendo

$$z = \frac{x-4}{0,8} \qquad dz = \frac{dx}{0,8}$$

si ha

$$P(2,8 \leq d \leq 5,2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-3/2}^{3/2} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz =$$

$$= \Phi(3/2) - \Phi(-3/2) \approx 0,866.$$

Essendo le variabili aleatorie indipendenti

$$p = 0,788 \cdot 0,866 \approx 0,68.$$

Per rispondere al questito b) osserviamo che, indicato con n il numero di barre prodotte, la variabile aleatoria v che descrive il numero di barre vendibili è binomiale e che

$$P\left(\left|\frac{v}{n} - p\right| \geq 0,05\right).$$

Per la disuguaglianza di Chebyshev

$$P\left(\left|\frac{v}{n} - p\right| \geq 0,05\right) \leq \frac{1}{n} \cdot \frac{\sigma^2}{0,05}$$

dove $\sigma^2 = p(p-1)$ è il quadrato della varianza della variabile binomiale di media p. Quindi

$$\frac{p(p-1)}{n \cdot 0,05} \leq 0,05$$

e

$$n \geq 1741.$$

Veniamo al punto c.

Ora $2000 > 1741$ e per quanto visto al punto precedente la frequenza relativa di barre vendibili dovrebbe essere pari a $0,68 \pm 0,05$. Mentre

$$0,68 - 0,5 = 0,18 > 0,05$$

da cui il sospetto che la macchina non funzioni secondo lo standard.

Nel '98/'99 non vengono assegnati esercizi di statistica e probabilità.

Nel 2000, la coda di uno dei tre problemi, richiede di risolvere il seguente esercizio:

Calcolare la probabilità che lanciando un dado cinque volte esca per tre volte lo stesso numero.

Riassumendo nella prima epoca

Annate	Prove ordinarie
8	$3+\epsilon$

Tabella 3. Occorrenze della probabilità nelle sessioni ordinarie

Nelle prove ordinarie gli esercizi richiedono conoscenze **approfondite** di calcolo delle probabilità.

Tuttavia essi sono poco frequenti in quanto in diverse annate la probabilià è assente dalle prove d'esame.

Supplettive di Poisson

Curiosamente, in **diversi temi predisposti per le sessioni supplettive** vengono assegnati esercizi interessanti legati ad applicazioni classiche della distribuzione di Poisson.

Esercizio 3. (PNI supplettiva 1996) Al servizio di soccorso stradale di una certa città, aperto 24 ore su 24, arrivano in media 48 chiamate al giorno, due in media all'ora, secondo una distribuzione di Poisson. Il candidato:

a) calcoli la probabilità che nella prima ora arrivino almeno due chiamate;

b) calcoli la probabilità che il tempo di attesa fino alla prima chiamata di un certo giorno sia di almeno un'ora;

c) tenendo presente che il 45% delle chiamate è effettuato da donne che nel 90% dei casi richiedono l'intervento del carro attrezzi, mentre tale intervento è richiesto dagli uomini nel 75% dei casi, determini, se si registra una richiesta di intervento del carro attrezzi, quale è la probabilità che la richiesta sia stata effettuata da un uomo;

d) calcoli quale è il numero medio di richieste di carro attrezzi per ora.

Soluzione. La variabile aleatoria x che descrive il numero di chiamate per ora è di Poisson con media

$$\mu = 2$$

e la distribuzione di x è data da

$$p_x(k) = \frac{2^k e^{-2}}{k!}.$$

Ora le probabilità che non arrivino chiamate o che ne arrivi solo una sono date rispettivamente da

$$P(x=0) = p_x(0) = e^{-2}$$

$$P(x=1) = p_x(1) = 2\,e^{-2}$$

da cui usando la probabilità complementare si ha

$$P(x \geq 2) = 1 - P(0 \leq x \leq 1) = 1 - 3e^{-2}.$$

Per rispondere al quesito b) osserviamo che

$$P(T \geq 1) = P(x = 0) = e^{-2}.$$

Il terzo quesito si risolve immediatamente ricorrendo al Teorema di Bayes. Non c'è bisogno di ricorrere alla formula è sufficiente usare un albero o una tabella.

	180 chiamate donne	
carro		no carro
162		18
	220 chiamate uomini	
carro		no carro
165		55

Tabella 4.

Su un totale di 400 chiamate la Tabella precedente riassume la situazione delle chiamate con richiesta o meno di carro attrezzi.

Allora

$$P(\text{uomo}|\text{carro}) = \frac{165}{165+162} = \frac{55}{109}$$

Sempre dalla Tabella precedente è chiaro che

$$P(\text{carro}) = \frac{165+162}{400} = \frac{327}{400}$$

e poiché le chiamate per ora sono 2, il numero medio di chiamate di un carro attrezzi sarà pari a 327/200.

Esercizio 4. (PNI supplettiva 1997) La distribuzione di Poisson descrive molto bene il conteggio delle disintegrazioni in un campione di nuclidi radioattivi se il campione è sufficientemente numeroso. Un campione radioattivo contenga $n = 2 \cdot 10^{10}$ nuclidi ciascuno dei quali ha probabilità $p = 10^{-10}$ di decadere in un secondo. Calcolare:

a) Il numero medio atteso di decadimenti in un secondo,

b) le probabilità di osservare 0, 1, 2, 3, e 4 decadimenti in un secondo,

c) la probabilità di osservare più di 4 decadimenti in un secondo.

Soluzione. La variabile aleatoria x, che descrive il numero di decadimenti in un secondo, è di Poisson. Il numero medio atteso di decadimenti è

$$\mu = np = 2$$

da cui possiamo concludere che la distribuzione di x è data da

$$p_x(k) = \frac{2^k e^{-2}}{k!}.$$

Possiamo allora facilmente rispondere alla domanda b) in quanto

$$P(x=0)=p_x(0)=e^{-2}$$

$$P(x=1)=p_x(1)=2\,e^{-2}$$

$$P(x=2)=p_x(2)=\frac{4\,e^{-2}}{2!}=2\,e^{-2}$$

$$P(x=3)=p_x(3)=\frac{8\,e^{-2}}{3!}=\frac{4e^{-2}}{3}$$

$$P(x=4)=p_x(4)=\frac{16\,e^{-2}}{4!}=\frac{2\,e^{-2}}{3}$$

Usando la probabilità complementare possiamo anche rispondere al quesito c) in quanto

$$P(x>4)=1-P(0\le x\le 4)=1-7\,e^{-2}.$$

Nota 6. Sarebbe molto interessante confrontare il modello probabilistico del decadimento descritto nell'esercizio precedente con il corrispondente modello deterministico legato al problema di Cauchy $\frac{dN}{dt} = -\lambda t$, $N(0) = N_0$.

E. Guala, Alcuni aspetti epistemologici dell'insegnamento della modellizzazione matematica: il caso di un modello deterministico e un modello probabilistico per uno stesso fenomeno, disponibile online.

Alcune applicazioni della distribuzione di Poisson

- Il numero di soldati prussiani uccisi accidentalmente da un calcio di cavallo per anno (von Bortkewitsch, 1898)
- Il numero di bancarotte in un mese (Jaggia, Kelly, 2012)
- Il numero di arrivi di automobili al lavaggio automatico in un'ora (Anderson et al., 2012).
- Il numero di crash di rete in un giorno (Levine, 2010).
- Il numero di pazienti asmatici che giungono in un'ora ad una clinica walk-in (Doane, Seward, 2010)

Probabilità e tribunale: il caso Sally Clark

Il fatto

- Sally Clark: giovane avvocato inglese sposata e benestante
- Nel 1996: sola in casa con Christopher neonato di due mesi e mezzo
- La sera trova il bambino morto
- Le analisi post-mortem confermano che la morte è avvenuta per cause naturali (presenza di una possibile infezione delle vie respiratorie)
- Due anni dopo il secondo bambino Harry muore a due mesi in circostanze analoghe
- Il marito di Sally è in casa
- Le analisi post-mortem evidenziano una piccola emoraggia nella parte posteriore degli occhi e a livello della spina dorsale non tale da avere effetti letali
- Harry era sano e controllato periodicamente visto il precedente del fratello

- Sally viene arrestata e processata

Il processo

a) nessuna prova a sostegno dell'omicidio

b) figura chiave del processo il pediatra Sir Roy Meadows

c) Meadows depone in modo molto competente sugli aspetti medici della questione ma commette valutazioni scorrette di statistica

In particolare conclude che se $P = 1/8543$ è la probabilità di morte naturale di un neonato allora la probabilità di morte dei due figli di Sally è

$$P(E|\overline{G}) = P^2 \approx \frac{1}{73 \cdot 10^6}$$

Sally viene condannata!

Cosa non va?

Sicuramente le due morti NON sono statisticamente indipendenti

Poi... sia $E = \{\text{due figli morti}\}$, $G = \{\text{Sally colpevole}\}$ e $\overline{G} = \{\text{Sally innocente}\}$

$$P(E|\overline{G}) \neq P(\overline{G}|E)$$

Ciò che deve essere valutato invece è

$$\frac{P(G|E)}{P(\overline{G}\,|E)} = \frac{P(E|G)}{P(E|\overline{G}\,)} \cdot \frac{P(G)}{P(\overline{G}\,)}$$

Dalle statistiche

$$P(E|G) \approx \frac{1}{2 \cdot 10^9}$$

... quindi andava assolta!