

Syllabus 2015

per la prova scritta di Matematica agli Esami di Stato di Liceo Scientifico e della sua opzione delle Scienze Applicate

DOCUMENTO BASE

Premessa

Per la prova scritta agli esami di Stato di liceo scientifico, è sempre stata avvertita – non senza buone ragioni - l'esigenza di avere un Syllabus, un elenco preciso e dettagliato di quello che è norma che sia accertato in sede di prova scritta. Ciò al fine di porre ogni docente – ma anche ogni studente - nella condizione di conoscere con precisione il compito che gli viene assegnato e di impegnarsi appieno per soddisfarlo. E questo è anche il significato, almeno nel principio normativo che le ispira, delle Indicazioni Nazionali di cui al D.M. 7/10/2010 n.211. C'è dunque una identità molto stretta tra ciò che è Syllabus e quello che le Indicazioni Nazionali rappresentano nel principio normativo.

Un Syllabus ufficiale per la prova scritta, decretato tale, non c'è mai stato, ma sono stati compiuti vari tentativi. In particolare, presso il MIUR, per iniziativa della Struttura Tecnica per gli Esami di Stato, fu costituito, sul finire del 2008, un ampio gruppo di esperti, docenti universitari e secondari, con il compito di redigere un Syllabus per la prova scritta di Matematica agli esami di Stato, in definitiva un Syllabus delle conoscenze, abilità e competenze matematiche da conseguire a conclusione del percorso di liceo scientifico. Quel Syllabus 2009 teneva conto della diversità di programma d'insegnamento tra corsi di ordinamento e corsi sperimentali (distinzione oggi superata) e, fatto rilevante, era organizzato non per capitoli - trigonometria, geometria, analisi - ma per competenze: calcolare, applicare, risolvere, illustrare, definire, spiegare, dimostrare. Seppur non ufficializzato è stato ampiamente diffuso e quel che è più importante ha costituito il quadro di riferimento per la definizione delle tracce d'esame che sono state proposte in questi anni e lo sarà ancora fino all'arrivo a regime dei nuovi corsi in cui il che cosa insegnare e apprendere sarà stato attinto dalle Indicazioni Nazionali.

La sessione del 2015 segnerà, cioè, l'arrivo agli esami di Stato della leva di studenti che hanno frequentato il nuovo corso di studio di liceo scientifico o la sua opzione delle scienze applicate. Ad evitare ansie e indecisioni su possibili inaspettati combiamenti si è inteso affrontare la questione razionalmente: esaminare il Syllabus 2009 e leggere le Indicazioni. Dall'analisi e dal confronto fra i due documenti, concordare quello che non va più bene nel Syllabus2009, cosa va cancellato, cosa va aggiunto, cosa va modificato. E' questo che si è già chiesto ai docenti impegnati come commissari d'esame nel corso dell'indagine nazionale 2013. Ed è questo che ancora si propone a tutti i docenti interessati. Le risposte, quelle già date e quelle che si daranno, saranno tutte utilizzabili per un lavoro di analisi e condivisione collettiva dei contenuti delle tracce e potrà risultare il migliore sostegno all'attuazione delle Indicazioni nazionali nei licei, non solo scientifici, e il più efficace modo per contribuire a quei miglioramenti nell'apprendimento della matematica sempre sperati. In occasione del Congresso Nazionale Mathesis dell'aprile 2014 sarà presentata la versione del Syllabus 2015 che terrà conto di tutti i contributi pervenuti.

1. Calcolare/ Determinare/ Rappresentare

- Misure di angoli in radianti e in gradi.
- Il numero di permutazioni, disposizioni, combinazioni in un insieme. Coefficienti binomiali.
- Nel piano cartesiano, la distanza di un punto da una retta data; la pendenza di una retta assegnata; l'equazione della retta perpendicolare al grafico di una funzione in un punto.

- l'equazione cartesiana di un luogo geometrico. Ad esempio: il luogo dei punti che vedono sotto un angolo assegnato gli estremi di un dato segmento e, in particolare, la circonferenza, l'ellisse, la parabola e l'iperbole.
- Le derivate di funzioni composte.
- Massimi e minimi di una funzione, punti di flesso, asintoti. Il grafico di una funzione
- Integrali indefiniti immediati o ad essi riconducibili.
- Integrali per parti e per sostituzioni
- Aree delle superfici e volumi dei solidi (poliedri, solidi di rotazione, solidi di cui siano note le sezioni lungo una certa direzione).
- La media, mediana e scarto quadratico medio di un insieme di dati.
- La probabilità di eventi in situazioni uniformi e a partire dalla probabilità di altri eventi.
- Sottoinsiemi del piano definiti da sistemi di disequazioni.
- Equazioni di traslazioni, rotazioni, simmetrie nel piano soddisfacenti determinate condizioni.
- Valori approssimati di funzioni e grandezze anche utilizzando una calcolatrice tascabile.
- Soluzioni approssimate di equazioni. L'approssimazione di un integrale definito con una procedura di calcolo numerico.
- Proposizioni logicamente equivalenti. La negazione di proposizioni.

2. **Applicare/ Risolvere**

- Il teorema di Ruffini, $P(x)$ è divisibile per $x - a$ se e solo se $P(a) = 0$.
- I teoremi della geometria euclidea piana e solida. In particolare: il teorema dell'angolo esterno, i teoremi di Pitagora e di Talete, il teorema delle tre perpendicolari.
- Equazioni, disequazioni, sistemi relativi a funzioni goniometriche, esponenziali, logaritmiche e alla funzione modulo.
- Le formule di addizione e le loro immediate conseguenze (duplicazione, bisezione);
- Il teorema dei seni e il teorema del coseno per la risoluzione dei triangoli.
- Limiti notevoli di successioni e di funzioni. In particolare:
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n = e$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x / x^\beta = +\infty$, per $a > 1$, $\beta > 0$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log_a x) / x^\beta = 0$, per $a > 1$, $\beta > 0$
- Il teorema di Lagrange, il teorema di Rolle, il teorema di l'Hôpital, per lo studio delle proprietà e del grafico di una funzione o per il calcolo dei limiti.
- I teoremi del calcolo integrale nella determinazione delle aree e dei volumi.
- Problemi che richiedono di determinare il valore massimo o minimo di una grandezza che si può rappresentare come una funzione derivabile di una opportuna variabile.
- Problemi geometrici di 1° e 2° grado dipendenti eventualmente da un parametro.
- Cambiamenti di coordinate, cambiamenti di scala.
- Le formule per la somma dei primi n termini di una progressione aritmetica o geometrica.
- Il principio di induzione.
- Il teorema della media integrale.
- La probabilità condizionata e la formula di Bayes.
- La distribuzione binomiale. La distribuzione normale: in particolare il suo uso in relazione agli errori di misura.

3. Spiegare/Illustrare/Definire

- Incidenza, parallelismo, perpendicolarità tra rette e piani nello spazio.
- I poliedri (parallelepipedi, prismi, piramidi, poliedri regolari) e gli sviluppi piani delle loro superfici. I solidi di rotazione (cono, cilindro e sfera), le loro sezioni piane e gli sviluppi piani delle loro superfici.
- Il principio di Cavalieri.
- Sottoinsiemi, prodotto cartesiano di due insiemi, funzioni, funzioni iniettive e suriettive, composizione di due funzioni; funzioni invertibili, funzioni inverse e relativi grafici.
- Funzioni limitate; funzioni crescenti in un intervallo, massimi e minimi (relativi, assoluti); funzioni periodiche.
- Le funzioni $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, $\text{tg}x$, $\text{arcsen}x$, $\text{arccos}x$, $\text{arctg}x$
- Le funzioni esponenziali e logaritmiche: proprietà e grafici.
- Successioni numeriche. In particolare: progressioni aritmetiche e geometriche.
- Limite di una successione e limite di una funzione reale.
- Esempi di funzioni discontinue o non derivabili in qualche punto.
- Lunghezza della circonferenza e area del cerchio.
- Il significato geometrico di *integrale definito* per una funzione reale definita in un intervallo,
- Relazione di Eulero tra numero di vertici, spigoli, facce dei poliedri.
- Concetti primitivi, definizioni, assiomi, teoremi. Il V postulato di Euclide: considerazioni storiche e critiche.
- Il concetto di algoritmo. Algoritmi notevoli; in particolare l'approssimazione di e e π . Il numero φ ($\varphi^2 = 1 + \varphi$)
- Successioni definite per ricorrenza.
- L'indipendenza di eventi e le concezioni di probabilità.

4. Dimostrare/Dedurre

- Uguaglianze e disuguaglianze, algebriche e trigonometriche
- L'esistenza di al più cinque poliedri regolari.
- $\lim_{x \rightarrow 0} (\text{sen}x)/x = 1$
- Le espressioni della derivata prima di x^n , $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, e^x e da queste ricavare quelle di: $\log x$, $\text{arcsen}x$, $\text{tg}x$, $\text{arctg}x$.
- Una proposizione a partire da un'altra data. Ad esempio:
 - dal teorema di Lagrange, la disuguaglianza: $|\text{sen}b - \text{sen}a| \leq |b - a|$.
 - la crescita o decrescita di una funzione utilizzando il teorema di Lagrange.
 - dal teorema di Lagrange il segno di una funzione
 - dal grafico di una funzione $f(x)$, la costruzione dei grafici di: $|f(x)|$, $1/f(x)$, $f(x-k)$, $f(kx)$, $kf(x)$, $k+f(x)$, con k numero reale.
- l'unicità degli zeri di una funzione dal teorema di Rolle.
- L'espressione analitica di una funzione a partire dal suo grafico